

XV COPPA GALILEI

GARA A SQUADRE DI MATEMATICA UNDER 15

Martedì 27 Febbraio 2024 Liceo G. Galilei – Verona



MARCO POLO 1254 - 1324

**A 700 anni dalla scomparsa del grande viaggiatore veneziano
rendiamo omaggio anche al suo amore per la matematica**

Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra **0000** e **9999**

Se la quantità richiesta è un numero non intero (cioè se è un numero con la virgola, tipo 118,73) va indicata la sua parte intera (cioè si toglie la parte dopo la virgola **senza approssimare**, prima di rispondere; nell'esempio si dovrebbe rispondere 118)

Se la quantità richiesta è un numero negativo si risponda **0000**

Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999 si indichi **9999**

Nello svolgimento dei calcoli può esser utile tener presente i seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416$$

Scadenze importanti

15 minuti dall'inizio: termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista)

45 minuti dall'inizio: termine ultimo per fare domande sul testo

90 minuti dall'inizio: termine della gara

Buon divertimento!

CON IL PATROCINIO DI KANGOUROU ITALIA



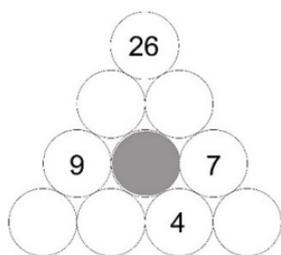
1) MUSICA MAESTRO! Il giovane Marco Polo si interessava di musica ed in particolare aveva ben capito che ogni nota musicale corrisponde ad un numero ben preciso di vibrazioni al secondo. In particolare, sappiamo che pizzicando una corda di lunghezza opportuna, il LA produce 440 vibrazioni al secondo. Le note sono in rapporto fisso tra di loro. Rapportandosi al DO si ha nell'ordine:

DO - RE - MI - FA - SOL - LA - SI rapporti $1 - 9/8 - 5/4 - 4/3 - 3/2 - 5/3 - 15/8$

Stabilite quante vibrazioni al secondo vengono effettuate pizzicando una corda che suona un DO.

2) QUANTO TEMPO! Marco Polo ed i suoi fratelli nel 1271 partirono da Venezia ed arrivarono a Pechino dopo un viaggio di $3,06 \cdot 10^4$ ore. Quanti giorni durò il viaggio?

3) LE PERGAMENE DI CESAREA A Cesarea Marco Polo viene in possesso di una importante raccolta di pergamene, proveniente addirittura dalla Fenicia, contenenti fondamenti e teoremi della Geometria. Appassionato di matematica, ne ha letto subito la metà, quindi la metà della restante parte, quindi ancora la metà dell'ultima parte rimanente. In questo modo ha letto in tutto 420 pergamene. Quante pergamene gli restano per completare la lettura dell'intera raccolta proveniente dalla Fenicia?



4) IL GIOCO DELLA PERGAMENA In una delle pergamene arrivate dalla Fenicia trovate da Marco Polo vi è disegnata una figura con il testo in aramaico di un problema: si determini il numero da scrivere nel cerchio grigio al centro della piramide, sapendo che ciascun numero gode della proprietà di essere la somma dei due numeri che stanno nei cerchi tangenti inferiormente al cerchio in cui esso è contenuto. Ad esempio, il cerchio con il 7 ha due cerchi tangenti inferiormente, uno di questi contiene il 4. Il cerchio grigio non è tangente inferiormente al cerchio contenente il 7. Qual è la risposta al problema?

5) LA MALATTIA Arrivato a Samarcanda Marco Polo si ammalò e questo lo costrinse a fermarsi molti mesi nella splendida e ricca città dell'Asia Centrale. In occasione di quella epidemia si narra che il virus si sia diffuso contagiando il 9% della popolazione della città. Dei contagiati, 2 su 11 tuttavia non avevano sintomi (così parla con precisione Marco Polo nel Milione). Se gli abitanti di Samarcanda erano in tutto 9900, quanti di essi presentarono dei sintomi causati dal virus?

6) SECONDO PROBLEMA DELLA PERGAMENA Marco Polo si è portato con sé le pergamene trovate a Cesarea e su una di esse legge un altro problema più breve del precedente. Chissà – si domanda – se sarà pure semplice e immediato? Ecco il testo della pergamena: « un triangolo scaleno e con area diversa da zero ha tutti gli angoli con misura un numero intero positivo di gradi. Quanto vale, al massimo, la differenza in gradi tra due angoli? »

7) LA SCALINATA A Bagdad, la lunga scalinata che conduce al palazzo è fatta in questo modo: un gradino largo, poi due stretti, un gradino largo, poi tre stretti, un gradino largo e poi quattro stretti, e così via aumentando sempre di un gradino i gruppi di gradini stretti. Marco Polo osserva che la scala scala termina esattamente con 82 gradini stretti. Quanti gradini avrà in tutto la scala?



8) I GIOCATORI DI ACRI Ad Acri Marco Polo viene accolto da una delegazione di 72 giovani della sua età ciascuno dei quali sa giocare a dama o a scacchi o ad entrambi. Sapendo che $4/7$ di coloro che sanno giocare a dama non sanno giocare a scacchi, e $3/5$ di coloro che sanno giocare a scacchi giocano anche a dama. Quanti sono i giovani che sanno giocare ad entrambi i giochi?

9) LA STAFFETTA Quando Marco Polo arrivò a Pechino, si stavano effettuando delle gare di atletica in onore di Kublai Khan. Nella staffetta i primi 4 corridori di una squadra avevano effettuato i loro giri e la media temporale per giro risultava di 55 secondi. Quanto tempo (in secondi) avrà dovuto impiegare il quinto ed ultimo corridore per poter abbassare la media della squadra a 50 secondi?

10) LE MONETE DI TREBISONDA A Trebisonda Marco Polo si imbatte in un conio particolare: le monete hanno tutte una precisa forma geometrica e più lati hanno e più valore hanno. Precisamente:

- per ottenere una moneta quadrangolare occorrono tre monete triangolari;
- per ottenere una moneta pentagonale occorrono quattro monete quadrangolari;
- per ottenere una moneta esagonale occorrono cinque monete pentagonali;

Cioè, una moneta vale quanto la somma dei valori di tante monete di lato inferiore di 1 quante il numero dei lati di queste monete. Un abitante del paese possiede 20000 monete triangolari: se vuole convertirle in modo da avere il minor numero possibile di monete, quante monete avrà dopo la conversione?

11) LA MOSCHEA DI TABRIZ Quando Marco Polo arriva a Tabriz, due scalpellini stanno preparando cento decorazioni di pietra, numerate da 1 a 100, che abbelliranno la moschea in questo modo: quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra pari deve avere forma rettangolare; quando il numero sulla pietra contiene almeno una cifra 1 deve avere forma di rombo; perciò le pietre numerate da un numero che contiene una cifra pari e una cifra 1 devono essere sia rettangoli sia rombi, cioè quadrati. Tutte le restanti decorazioni di pietra sono invece esagonali. Quante saranno in tutto le decorazioni esagonali che abbelliranno la moschea di Tabriz?



12) DIVISIONI EQUE Marco Polo arriva a Costantinopoli dove i commercianti della piazza principale decidono che la lunga corda, che delimita le diverse aree della piazza venga così suddivisa:

- al fabbro 10 cubiti egiziani di corda in più di quella del pescivendolo;
- al vnaio e allo speziale la stessa lunghezza di corda;
- al pescivendolo 10 cubiti egiziani di corda in più rispetto quanto ricevuto dal vnaio;
- all'arrotino 10 cubiti egiziani di corda in più di quella del fabbro;
- al venditore di otri 10 cubiti egiziani di corda in più di quella dell'arrotino.

Se la corda disponibile ha una lunghezza totale di 250 cubiti egiziani, quanti cubiti egiziani di corda spetteranno al pescivendolo se si esegue la divisione che rispetta tutte le condizioni?

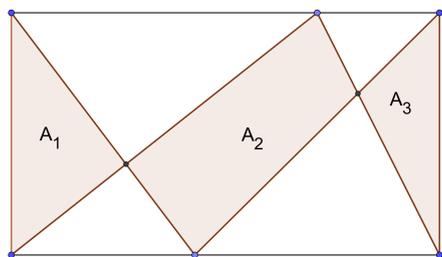
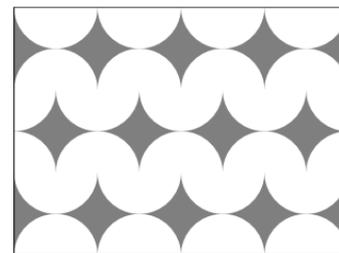


13) I GIARDINI DI KASHGAR Kashgar è una città ricca di splendidi giardini (almeno così Marco Polo la descrive nel Milione). Per percorrere il perimetro di un giardino di forma quadrata una persona impiega 20 minuti. Quanti minuti impiega un'altra persona che vada con lo stesso passo della prima a percorrere il perimetro di un altro giardino di forma quadrata che ha l'area quattro volte più grande?

14) LE CLESSIDRE DI BALKH Nella grande fabbrica delle clessidre dell'antica città di Balkh si può perdere la cognizione del tempo! Ci sono le clessidre con la sabbia verde, della durata di 3 minuti; le clessidre con la sabbia blu durano 5 minuti; quelle con la sabbia rosa 10 minuti; quelle con la sabbia gialla 15 minuti, e infine c'è la grande clessidra rossa che da sola dura 30 minuti. Marco Polo vuole misurare un intervallo di tempo di 30 minuti esatti. Supponendo di disporre di un numero a piacere di clessidre di ogni tipo, in quanti modi diversi può misurare questo intervallo di tempo? [Due modi sono diversi se differiscono sul numero di almeno un tipo di clessidra. Gialla-Blu-Gialla e Gialla-Gialla-Blu sono dunque lo stesso modo].

15) ANCORA UN PROBLEMA! ... e quindi un terzo problema, sempre dalle pergamene fenice, ancora una volta di geometria. «Un quadrato e un triangolo equilatero sono isoperimetrici, cioè hanno il perimetro uguale. Quanto vale il rapporto tra la maggiore e la minore delle due aree?» [Dare come risposta le prime quattro cifre del risultato non considerando l'eventuale virgola separatrice delle cifre decimali]

16) IL PAVIMENTO DEL KAHN Il pavimento di una delle stanze della residenza di Kublai Kahn a Pechino è come nella figura a fianco dove le semicirconferenze e i quarti di circonferenza bianchi nel rettangolo hanno tutti lo stesso raggio, lungo 7 cubiti. Due parti di circonferenze possono essere in una soltanto delle tre condizioni seguenti: hanno un raggio in comune; sono tangenti in un punto; non hanno punti in comune. Quanti cubiti quadrati è l'area bianca complessiva?



17) LA STOFFA Di ritorno a Venezia, dopo 24 anni, Marco Polo cominciò a commerciare le preziose stoffe acquistate in Cina. Una di esse, una bellissima stoffa a forma rettangolare è stata divisa in parti e quindi venduta. Se l'area del pezzo A_1 è di 47 dm^2 e quella del pezzo A_2 è di 89 dm^2 , quanti cm^2 sono l'area del pezzo A_3 ?

18) PORTA SOPRANA. Non è ben chiaro il motivo, ma è certo che dopo il rientro dalla Cina, Marco Polo trascorse un periodo di prigionia a Genova, dove si pensa abbia scritto le sue memorie. Vicino alla prigione, Inclusa nelle Mura del Barbarossa, Porta Soprana, era uno dei principali accessi alla città nel medioevo. Ciascuna delle due torri della Porta è sormontata da 12 merli di pietra a coda di rondine. Ogni merlo reca scolpito un numero, inciso per numerare l'intera cinta muraria: su tutte le mura c'erano in totale 1070 merli. I merli della prima torre hanno la numerazione da 53 a 64. Marco Polo, osservando dalla finestra della sua cella questi numeri, li ha sommati e ha fatto la seguente osservazione: è sufficiente moltiplicare questa somma per un numero di 2 cifre per ottenere il quadrato di un numero intero! Qual è questo numero di 2 cifre?

SOLUZIONI

	PROBLEMA	SOLUZIONE
1	Musica Maestro!	264
2	Quanto tempo!	1275
3	Le pergamene di Cesarea	60
4	Il gioco della pergamena	5
5	La malattia	729
6	Secondo problema della pergamena	176
7	La scalinata	94
8	I giocatori di Acri	24
9	La staffetta	30
10	Le monete di Trebisonda	338
11	La moschea di Tabriz	20
12	Divisioni eque	35
13	I giardini di Kashgar	40
14	Le clessidre di Balkh	12
15	Ancora un problema!	1299
16	Il pavimento del Kahn	1847
17	La stoffa	4200
18	Porta Soprana	78