

XIV COPPA GALILEI

GARA A SQUADRE DI MATEMATICA UNDER 15

Martedì 14 Marzo 2023 Liceo G. Galilei – Verona



AVATAR E LA VIA DELLA ... MATEMATICA

Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero , compreso tra **0000** e **9999**

Se la quantità richiesta è un numero non intero (cioè se è un numero con la virgola, tipo 118,73) va indicata la sua parte intera (cioè si toglie la parte dopo la virgola **senza approssimare**, prima di rispondere; nell'esempio si dovrebbe rispondere 118)

Se la quantità richiesta è un numero negativo si risponde **0000**

Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999 si indichi **9999**

Nello svolgimento dei calcoli può esser utile tener presente i seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416$$

Scadenze importanti

15 minuti dall'inizio: termine ultimo per la scelta del problema Jolly (dopo verrà assegnato d'ufficio il primo problema della lista)

45 minuti dall'inizio: termine ultimo per fare domande sul testo

90 minuti dall'inizio: termine della gara

Buon divertimento!



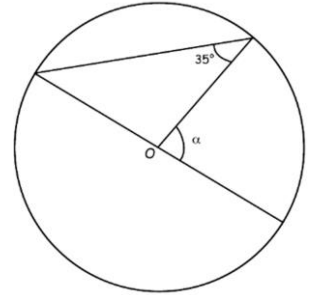
CON IL PATROCINIO DI KANGOUROU ITALIA

1) Il sacchetto di palline

Spider il ragazzo umano cresciuto con la famiglia Sully ha con se un sacchetto che contiene 12 palline rosse, numerate da 1 a 12, e 40 palline verdi numerate da 1 a 40. Spider comincia ad estrarre a caso le palline dal sacchetto e si ferma appena tra quelle estratte ce ne sono due dello stesso colore e tali che la somma dei loro numeri sia pari. Quante palline può aver estratto, al massimo, Spider?

2) L'angolo di casa Sully

Jake e Neytiri progettano una nuova abitazione sulla barriera corallina la cui pianta è rappresentata in figura. O è il centro della circonferenza e inoltre è indicata la misura in gradi di uno degli angoli (35 gradi). Qual è la misura in gradi dell'angolo indicato con α ?



3) L'indovinello

Lo'ak sfida Tuk con un indovinello: oggi 14 marzo 2023 sommando i numeri di giorno, mese e anno si ottiene $14+3+2023=2040$. In quale anno ci sarà per la prima volta un giorno nel quale il valore di questa somma sarà 2900? Voi sapreste rispondere?



4) I bambini Metkayna

Di 100 bambini del popolo dei Metkayina, 33 hanno incontrato almeno un tulkun, 56 sanno usare l'arco, 41 conoscono la storia di Pandora, 15 conoscono la storia di Pandora ed hanno incontrato almeno un tulkun, 13 hanno incontrato un tulkun e sanno usare l'arco, 19 conoscono solamente la storia di Pandora, 9 hanno incontrato un tulkun e conoscono la storia di Pandora ma non sanno usare l'arco.

Quanti dei bambini in questione non hanno mai incontrato un tulkun, non sanno tirare con l'arco né conoscono la storia di Pandora?

5) Collane di perle

Kiri, Tuk e Tsireya vogliono fare delle collane con delle perle raccolte nella barriera corallina.. Kiri decide di fare collane da 72 perle ciascuna, e avanza 58 perle; Tuk costruisce invece collane da 36 perle ciascuna avanzandone 34, mentre Tsireya fa collane più piccole da 18 perle ciascuna avanzandone solamente una. Se le tre ragazze mettessero assieme tutte le perle che hanno a disposizione e costruissero braccialetti da 9 perle ciascuno, quante perle avanzerebbero?



6) L'età di Neteyam

Tuk ha 4 anni in meno di Lo'ak, che a sua volta ha un anno in meno di Neteyam. Tra 14 anni l'età media dei tre fratelli Tuk, Lo'ak e Neteyam sarà raddoppiata. Quanti anni ha Neteyam?

7) La collana

Tsireya, figlia del capo Metkayna, ha costruito una collana collegando uno dopo l'altro 144 bastoncini, tutti uguali, di lunghezza 1 cm. Poi, Tsireya ha sistemato la collana sul tavolo ottenendo un triangolo equilatero di lato 48 cm. Sistemando opportunamente la collana sul tavolo, quanti diversi tipi di poligoni regolari si possono ottenere (compreso il triangolo equilatero)?



8) I numeri palindromi

Spieder chiede a Kiri: "Sai che cosa è un numero palindromo?"

Kiri risponde: "Certo che lo so! E' un numero intero che letto indifferentemente da sinistra verso destra o da destra verso sinistra rappresenta lo stesso valore"

Spieder: "Mi fai un esempio di un numero palindromo di 5 cifre?"

Kiri: "Certamente: 37573..."

Spieder: "E mi sapresti dire quanti sono i numeri palindromi di cinque cifre?"

Kiri: "Nulla di più semplice! Sono....."

E tu sei d'accordo?



9) Un Avatar per il generale

Per il comando terrestre ogni Avatar ha un costo. Un determinato giorno il costo è diminuito del 60 per cento, così il generale Ardmore decide di approfittarne per creare il suo. Si procura 10000 dollari per andare al centro di produzione Avatar e li scopre che vi è un'ulteriore diminuzione del costo del 40 per cento. Se Ardmore acquista il suo Avatar che a prezzo intero sarebbe costato 12000 dollari, con quanti dollari torna al comando?

10) L'orologio

L'orologio della baleniera di Quaritch ha un orologio la cui lancetta delle ore è lunga esattamente un terzo di quella dei minuti. Se la punta della lancetta delle ore, in 12 ore, percorre una circonferenza lunga 30 cm, quanti cm è lungo il percorso fatto dalla punta della lancetta dei minuti tra le 9:17 e le 9:27?



11) Il futuro di Pandora

Terminato lo scontro tra Quaritch e Jake, dei rappresentanti delle tre comunità di Pandora si ritrovano per pianificare il futuro del pianeta. Di questi almeno 22 non sono Omaticaya, mentre i rappresentanti dei Metkayna sono il doppio di quelli della colonia umana e la metà di quelli dei Omaticaya. Quanti rappresentanti delle tre comunità ci sono in tutto, come minimo?

12) La pianta della colonia umana

Vista dall'alto la base della colonia umana su Pandora ha la forma di triangolo rettangolo in cui è inscritta una circonferenza di 400 metri di raggio, corrispondente alla sede del centro logistico. Uno dei tre punti di contatto della circonferenza con i lati del triangolo divide il lato a cui appartiene in due segmenti: uno di essi è lungo 800 metri, l'altro 1,2 Kilometri. Quanti metri misura il perimetro della base della colonia umana?

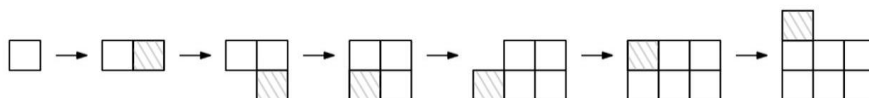
13) La gara

Aonang, Lo'ak e Neteyam si sfidano in una gara di 10 Km. I tre ragazzi partono assieme e ognuno corre sempre alla stessa velocità fino al traguardo. Vince Aonang, che nel momento in cui giunge al traguardo ha dato 2 Km di distacco a Neteyam e 4 Km di distacco a Lo'ak. Quando Neteyam arriva al traguardo, quanti metri di vantaggio ha su Lo'ak?



14) L'incisione

Si scopre che sull'Albero della Vita vi è una strana incisione. Si tratta di una serie di figure tutte composte da quadratini di lato 1 cm, che vengono aggiunti uno per volta alla figura precedente muovendosi "a spirale". Procedendo in questo modo, quanti cm è lungo il perimetro della figura che ha area 213 cm^2 ?



15) La somma infinita

Il tulkun Payakan è estremamente intelligente. Si narra infatti che un giorno Lo'ak collegandosi mentalmente con Payakan abbia captato il suo pensiero tutto concentrato a risolvere la seguente somma INFINITA



$$\frac{3}{10^0} + \frac{2}{10^1} + \frac{1}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \frac{2}{10^5} + \frac{1}{10^6} + \dots + \dots$$

[dare come risultato la somma tra il numeratore ed il denominatore della frazione corrispondente *ridotta ai minimi termini*]

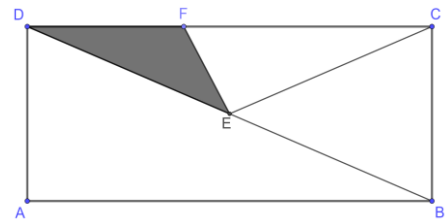


16) Somme e prodotti

Domanda secca di Jake a Neytiri: Quanti sono i numeri di quattro cifre tali che la somma di due loro cifre consecutive è sempre dispari? Neytiri non ne capisce il motivo, però risponde correttamente

17) Dove sono i Sully?

Quaritch ha ristretto la zona dove secondo lui potrebbero essersi rifugiati i Sully. Se inizialmente cercava all'interno del perimetro rettangolare di dimensioni 24 km e 10 km, ora viste le ultime informazioni avute decide di concentrarsi unicamente sulla zona triangolare colorata in figura (DEF). Precedentemente aveva suddiviso il territorio da controllare in modo tale che E fosse il punto medio di BD ed F il punto che divide DC in modo tale che $DF = \frac{2}{5}DC$, determina l'area (in km^2) che dovrà controllare per scovare il suo obiettivo



18) Il numero misterioso

Kiri ha pensato un numero minore di 100 e Tuk cerca di scoprirlo facendo ad Kiri delle domande. Qui sotto c'è la registrazione del dialogo tra Tuk e Kiri, anche se, purtroppo, Kiri era lontana dal microfono e non si riescono a capire le sue risposte. E' risaputo che Kiri dice sempre la verità e Tuk è molto brava in matematica e riesce sempre a fare le domande corrette

Tuk: "Il numero che hai pensato è primo?"

Kiri: "..."

Tuk: "E' un quadrato perfetto?"

Kiri: "..."

Tuk: "Ah, bene, allora adesso ti chiedo: fra le sue cifre c'è il 7?"

Kiri: "..."

Tuk: "Forse adesso se la risposta è quella che spero ci sono! E' più grande di 50?"

Kiri: "..."

Tuk: "L'ho trovato!"

Che numero ha pensato Kiri?



SOLUZIONI

Il sacchetto di palline	5
L'angolo di casa Sully	70
L'indovinello	2857
I bambini Metkayna	5
Collane di perle	3
L'età di Neteyam	16
La collana	13
I numeri palindromi	900
Un Avatar per il generale	7120
L'orologio	15
Il futuro di Pandora	56
La pianta della colonia umana	4800
La gara	2500
L'incisione	60
La somma infinita	139
Somme e prodotti	1125
Dove sono i Sully?	24
Il numero misterioso	27