

BRST - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Indirizzo: SCIENTIFICO TECNOLOGICO – Progetto “BROCCA”

CORSO SPERIMENTALE

Tema di: FISICA E LABORATORIO

Il candidato svolga una breve relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta.

Primo tema

All'inizio di questo secolo i fisici avevano tentato inutilmente di spiegare l'effetto fotoelettrico basandosi sulla natura ondulatoria delle radiazioni elettromagnetiche. L'interpretazione proposta da Einstein nel 1905 con il nuovo concetto di fotone provocò, però, varie resistenze che furono definitivamente vinte con la scoperta, nel 1923, dell'effetto Compton.

Il candidato:

1. descriva sinteticamente la natura e le caratteristiche di un'onda elettromagnetica e come essa si propaghi;
2. spieghi il concetto di fotone e la differenza con il quanto d'energia proposto da Planck;
3. spieghi, con un esempio, le leggi fisiche dell'effetto fotoelettrico;
4. motivi l'impossibilità di spiegare l'effetto fotoelettrico con la teoria ondulatoria delle radiazioni elettromagnetiche;
5. descriva l'effetto Compton commentando la formula

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \theta)$$

che mette in relazione le grandezze fisiche interessate;

6. calcoli l'angolo di diffusione di un fotone che, avendo un'energia iniziale di 1 MeV, ne perde la metà per effetto Compton; si ricordi che:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}; \quad m_0 = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; \quad c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Trascrizione ai fini dell'accessibilità

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Indirizzi: SCIENTIFICO TECNOLOGICO – Progetto “Brocca”
CORSO SPERIMENTALE
Tema di FISICA E LABORATORIO

Il candidato svolga una breve relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta.

Primo tema

L'effetto fotoelettrico rimase per lunghi anni un mistero fino alla scoperta delle sue leggi da parte di Albert Einstein e le attività sperimentali di Robert Andrews Millikan. Nel 1905, Einstein riuscì a fornire un'interpretazione del fenomeno introducendo il concetto di fotone, la cui esistenza fu poi confermata dalla scoperta dell'effetto Compton nel 1923. Einstein, Millikan e Compton ebbero il premio Nobel per la fisica rispettivamente negli anni 1921, 1923 e 1927.

Il candidato:

1. scriva e commenti le leggi fisiche dell'effetto fotoelettrico, descriva il fenomeno e proponga un esempio di applicazione tecnologica;
2. spieghi perché non è stato possibile interpretare l'effetto fotoelettrico utilizzando le caratteristiche di un'onda elettromagnetica;
3. descriva somiglianze e differenze tra il fotone di Einstein e il quanto d'energia proposto da Planck nella radiazione del corpo nero;
4. descriva l'effetto Compton e commenti la formula:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta)$$

che mette in relazione le grandezze fisiche interessate;

5. calcoli l'angolo di diffusione di un fotone che, avendo un'energia iniziale di 1 MeV, ne perde la metà per effetto Compton

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}, m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

1. L'esistenza delle onde elettromagnetiche è prevista dalle equazioni di Maxwell che, nel vuoto e in assenza di cariche e correnti libere, assumono la forma:

$$\begin{aligned}\Phi_s(\vec{E}) &= 0 & \Phi_s(\vec{B}) &= 0 \\ C(\vec{E}) + \frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{B}) &= 0 & C(\vec{B}) - \mu_0\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{E}) &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

Un'onda elettromagnetica è determinata dall'oscillazione di un campo elettrico e un magnetico che, nella cosiddetta *approssimazione di dipolo*, ovvero per distanze dalla sorgente grandi rispetto alla lunghezza d'onda della radiazione, oscillano in fase in piani ortogonali tra loro, normali alla direzione di propagazione dell'onda, i cui valori sono legati dalla relazione

$$\vec{E} = \vec{B} \wedge \vec{c} \quad (2)$$

dove $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ è la velocità dell'onda elettromagnetica nel vuoto.

L'onda elettromagnetica, come tutte le onde, trasporta energia ed impulso; l'energia è la somma delle energie associate ai due campi; la densità di energia, tenendo conto della (2), vale pertanto:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \epsilon_0 E^2 \quad (3)$$

e, considerando, onde sinusoidali, si ottiene per la densità media (o efficace) il valore

$$\bar{u} = \epsilon_0 \bar{E}^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_{\max}^2 \quad (4)$$

mentre l'impulso vale, in modulo

$$p = \frac{U}{c} \quad (5)$$

dove con U si è indicata l'energia totale della radiazione elettromagnetica.

Le caratteristiche specifiche delle onde elettromagnetiche dipendono dalla loro frequenza; tra le componenti più significative dello *spettro elettromagnetico* si possono menzionare le *onde radio* ($10^4 - 10^8$ Hz), *microonde* ($\sim 10^{10}$ Hz), *luce visibile* ($\sim 10^{15}$ Hz), *raggi X* ($\sim 10^{18}$ Hz), *raggi γ* ($> 10^{19}$ Hz).

2. Per spiegare l'effetto fotoelettrico Einstein suppose, nel 1905, che l'energia associata alla radiazione luminosa non fosse trasferita con continuità ma in *pacchetti* discreti (o quantizzati)

indivisibili, ciascuno dotato di energia proporzionale alla frequenza della radiazione emessa ($E = h\nu$, dove h è la costante di Planck), i *quanti di luce* o *fotoni* (quest'ultimo termine è proprio della fisica moderna).

I quanti di luce ipotizzati da Einstein hanno proprietà di tipo corpuscolare, trasferiscono interamente la loro energia, in modo pressoché istantaneo, ai corpi con i quali interagiscono, ad es. nel caso dell'effetto fotoelettrico, agli elettroni della placchetta metallica emettitrice.

Utilizzando il linguaggio della fisica moderna, il fotone è una particella di massa a riposo nulla (quindi non può essere fermato ma si muove necessariamente, come segue dalle equazioni della relatività ristretta, alla velocità c), con energia $E = h\nu$ e impulso $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$, ricavabile facilmente a partire dall'invariante energia-impulso

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4 \quad (6)$$

ponendo $m = 0$ (la prima parte della relazione, $p = E/c$, è comunque deducibile nell'ambito della trattazione classica delle onde elettromagnetiche).

L'ipotesi di quantizzazione dell'energia era già stata introdotta da Planck nel 1900 per spiegare lo spettro di emissione del corpo nero. Interpretando classicamente gli atomi della cavità come degli oscillatori in grado di assorbire e riemettere onde e.m. con frequenza identica alla propria, Planck riuscì a ricostruire lo spettro di emissione ammettendo che essi vibrassero, quindi scambiassero energia, unicamente per valori multipli interi di una grandezza fondamentale: ovvero ipotizzò che l'energia della radiazione e.m. si trasmettesse *a pacchetti*

L'ipotesi di Planck non era, per sua stessa ammissione, supportata da un adeguato modello fisico ma si configurava apparentemente come un artificio matematico certamente funzionale ma il cui significato restava oscuro; fu solo con il lavoro di Einstein del 1905 che la quantizzazione dell'energia si configurò come una della radiazione elettromagnetica fondata su un modello essenzialmente corpuscolare.

3. Per *effetto fotoelettrico* si intende l'emissione di elettroni da parte di un metallo indotta dalla radiazione elettromagnetica (non necessariamente luce visibile); perché avvenga l'emissione è necessario che l'elettrone riceva una quantità di energia non inferiore all'energia di ionizzazione dell'atomo. Sperimentalmente si rileva che,
 - indipendentemente dall'intensità della radiazione incidente, l'emissione avviene soltanto per frequenze superiori ad una frequenza di soglia ν_0 ;

- per $\nu > \nu_0$, l'emissione dell'elettrone è praticamente immediata, anche per intensità della radiazione incidente molto basse
- il potenziale di arresto da applicare all'anodo per inibire la corrente determinata dalla fotoemissione è indipendente dall'intensità della radiazione incidente.

Per quanto concerne l'esempio richiesto, si può pensare ad una comune fotocellula, costituita essenzialmente da una sorgente luminosa che, investendo una lamina metallica, determina un'emissione di elettroni, ovvero un passaggio di corrente in un circuito ad essa collegato; l'interposizione di un corpo tra sorgente e cellula inibisce l'emissione quindi interrompe il passaggio di corrente nel circuito.

4. La teoria classica non consente di spiegare le tre caratteristiche evidenziate al punto precedente in quanto classicamente un atomo assorbe energia con continuità, pertanto radiazione incidente di qualunque frequenza e intensità, dovrebbe essere in grado, dopo un tempo sufficientemente lungo, di determinare l'emissione dell'elettrone; il tempo di emissione si può classicamente determinare come $\Delta t = \frac{eV_i}{W_{rad}}$, dove eV_i indica l'energia di ionizzazione dell'atomo (dell'ordine di qualche eV per i metalli) e W_{rad} la potenza della radiazione incidente; per intensità sufficientemente basse, quali quelle abitualmente utilizzate nelle esperienze in questione, il tempo previsto dalla teoria classica può diventare molto lungo (dell'ordine dei minuti), in contrasto con i risultati sperimentali; restano in tal modo inspiegate l'esistenza della frequenza di soglia e dell'istantaneità dell'emissione degli elettroni.

Per quanto concerne il potenziale di arresto, la teoria classica ne prevede un aumento proporzionale all'aumento di intensità, in quanto la maggiore intensità di illuminazione comporterebbe l'emissione di elettroni con maggiore energia cinetica.

Nell'ambito della teoria quantistica, assumendo che l'energia sia trasmessa tramite fotoni di energia $E = h\nu$, assorbiti pressoché istantaneamente dagli elettroni atomici, l'emissione avviene solo per frequenze avviene per frequenze tali che

$$h\nu \geq eV_i \Rightarrow \nu \geq \frac{eV_i}{h} = \nu_0 \quad (7)$$

inoltre, per frequenze superiori alla frequenza di soglia, si ha:

$$h\nu = eV_i + E_c = eV_i + eV_a \Rightarrow V_a = \frac{h}{e}\nu - V_i \quad (8)$$

dove E_c è l'energia cinetica del fotoelettrone e V_a il potenziale di arresto, indipendente dall'intensità di emissione.

- 5 L'effetto Compton è la *diffusione (urto o scattering)* di un fotone contro un elettrone atomico; nell'urto il fotone si comporta come un corpuscolo materiale per cui le caratteristiche del sistema (stato di moto dell'elettrone, angolo di diffusione e frequenza del fotone diffuso) possono determinarsi applicando al sistema elettrone-fotone le equazioni relativistiche di conservazione di energia (9a) e impulso (componente x eq. 9b, componente y eq. 9c):

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e \gamma c^2 \quad (9a)$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta + m_e \gamma V \cos \varphi \quad (9b)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \vartheta - m_e \gamma V \sin \varphi \quad (9c)$$

Dalla relazione riportata

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) \quad (10)$$

si può ancora notare che il fotone diffuso ha lunghezza d'onda maggiore (ovvero frequenza minore) di quello incidente, in quanto cede parte della propria energia all'elettrone e che tale variazione assume valore massimo per $\cos \theta = -1$, ovvero per il fotone riflesso all'indietro; si può ancora notare, con uno sguardo estetico, che l'eq. 10 comprende le costanti fondamentali h e c , ad indicare che l'effetto Compton è spiegabile utilizzando contemporaneamente le teorie della relatività e della meccanica quantistica.

- 6 Si ha

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} \quad (11)$$

da cui, per l'effetto Compton:

$$\cos \vartheta = 1 - \frac{m_e c}{h} (\lambda' - \lambda) = 1 - \frac{m_e c}{h} (\lambda' - \lambda) = 1 - m_e c^2 \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right) = 1 - \frac{m_e c^2}{E} \quad (12)$$

dove, nell'ultimo passaggio, si è posto $E' = E/2$; ricordando che $1 \text{ MeV} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ si ottiene infine

$$\cos \vartheta = 0,489 \Rightarrow \vartheta = 60,7^\circ \quad (13)$$

alternativamente si può utilizzare, nella (12) il valore dell'energia a riposo dell'elettrone $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$.