



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
BRST – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

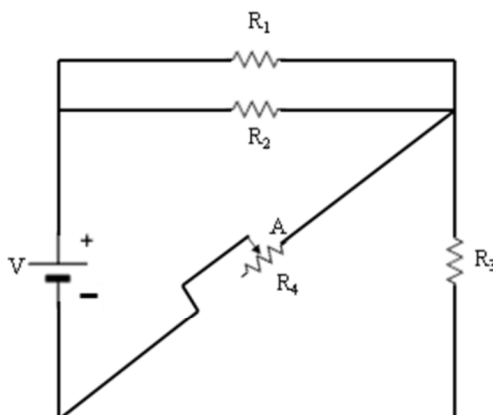
CORSI SPERIMENTALI

Tema di: FISICA

Secondo tema

Nel circuito riportato in figura $V = 3,60 \cdot 10^2 \text{ V}$, $R_1 = 1,20 \cdot 10^2 \ \Omega$, $R_2 = 2,40 \cdot 10^2 \ \Omega$, $R_3 = 3,60 \cdot 10^2 \ \Omega$, R_4 è un resistore variabile di resistenza massima pari a $1,80 \cdot 10^2 \ \Omega$.

Considerando il potenziometro costituito da un conduttore omogeneo di sezione costante e di lunghezza ℓ calcolare quale deve essere la posizione del cursore, espressa come frazione di ℓ , per far sì che sul resistore R_3 vengano dissipati $40,0 \text{ W}$ per effetto Joule. La posizione deve essere valutata considerando A come punto di inizio del potenziometro.



Il candidato inoltre:

- 1) descriva i concetti di tensione e di corrente;
- 2) dia una definizione delle unità di misura delle grandezze utilizzate per risolvere il problema proposto;
- 3) descriva la prima e la seconda legge di Ohm;
- 4) descriva l'effetto Joule dandone anche una interpretazione microscopica;
- 5) descriva il fenomeno della conduzione nei metalli e lo metta a confronto con il comportamento degli isolanti.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di tavole numeriche e della calcolatrice tascabile, non programmabile e grafica.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

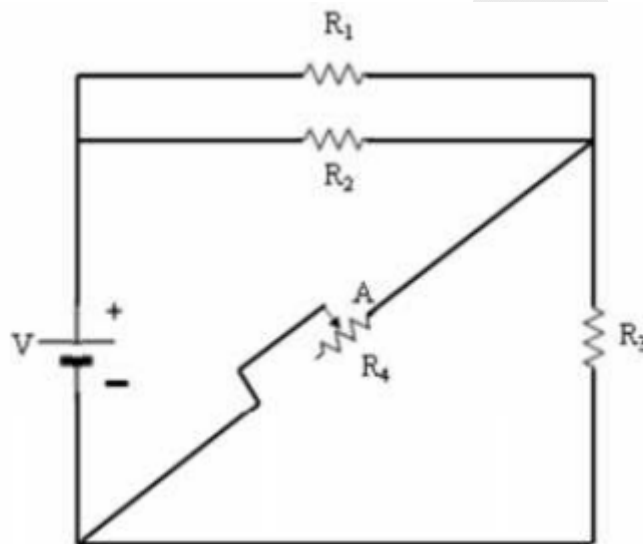
ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSI SPERIMENTALI

Tema di FISICA

Secondo tema

Nel circuito riportato in figura $V = 3,60 \cdot 10^2 \text{ V}$, $R_1 = 1,20 \cdot 10^2 \Omega$, $R_2 = 2,40 \cdot 10^2 \Omega$, $R_3 = 3,60 \Omega$, R_4 è un resistore variabile di resistenza massima pari a $1,80 \cdot 10^2 \Omega$.

Considerando il potenziometro costituito da un conduttore omogeneo di sezione costante e di lunghezza l , calcolare quale deve essere la posizione del cursore, espressa come frazione di l , per far sì che sul resistore R_3 vengano dissipati $40,0 \text{ W}$ per effetto Joule. La posizione deve essere valutata considerando A come punto di inizio del potenziometro.



Il candidato inoltre:

- 1) descriva i concetti di tensione e di corrente;
- 2) dia una definizione delle unità di misura delle grandezze utilizzate per risolvere il problema proposto;
- 3) descriva la prima e la seconda legge di Ohm;
- 4) descriva l'effetto Joule dandone anche una interpretazione microscopica;
- 5) descriva il fenomeno della conduzione nei metalli e lo metta a confronto con il comportamento degli isolanti

1.

Per semplificare i calcoli, evitando altresì di introdurre immediatamente grandezze numeriche, è utile adottare una notazione semplificatrice, per cui poniamo:

$$R_1 = 1,20 \cdot 10^2 \Omega = R,$$

$$R_2 = 2,40 \cdot 10^2 \Omega = 2R$$

$$R_3 = 3,60 \cdot 10^2 \Omega = 3R$$

$$R_{4,\max} = 1,80 \cdot 10^2 \Omega = \frac{3}{2} R$$

Indichiamo con x ($0 \leq x \leq 1$) la frazione della lunghezza l del potenziometro (o resistenza variabile) utilizzato, per cui $R_4 = \frac{3}{2} x R = x \cdot 1,80 \cdot 10^2 \Omega$.

Il circuito è costituito dal parallelo di R_1 e R_2 in serie con il parallelo di R_3 e R_4 .

Con evidente uso della notazione si ha:

$$R_{1,2} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \right)^{-1} = \frac{2}{3} R \quad \text{e} \quad R_{3,4} = \left(\frac{1}{3R} + \frac{1}{\frac{3}{2} x R} \right)^{-1} = 3R \frac{x}{x+2}$$

da cui, la resistenza equivalente del circuito è

$$R_{TOT} = R_{1,2} + R_{3,4} = \frac{11x+4}{3(x+2)} R$$

la corrente che attraversa il circuito è

$$i = \frac{V}{R_{TOT}} = \frac{3V}{R} \frac{x+2}{11x+4}$$

La differenza di potenziale ai capi del parallelo $R_{3,4}$ è pertanto:

$$\Delta V_{3,4} = R_{3,4} i = 3R \frac{x}{x+2} \cdot 3 \frac{V}{R} \frac{x+2}{11x+4} = 9V \frac{x}{11x+4}$$

La potenza dissipata su R_3 è data da:

$$W_3 = \frac{(\Delta V_{3,4})^2}{3R} = \frac{27V^2}{R} \left(\frac{x}{11x+4} \right)^2$$

da cui

$$\frac{x}{11x+4} = \frac{1}{3V} \sqrt{\frac{RW_3}{3}} = A = 0,0370$$

dove, per brevità, l'ultima costante è stata indicata con A ; nella radice si è mantenuta unicamente la radice positiva.

Si ha infine:

$$x = \frac{4A}{1-11A} = 0,250$$

Verifica numerica del risultato:

$$R_{1,2} = 80,0 \Omega, \quad R_4 = 45,0 \Omega, \quad R_{3,4} = 40,0 \Omega, \quad R_{TOT} = 120 \Omega$$

$$i = 3,00 A, \quad \Delta V_{3,4} = 120 V \quad \Rightarrow \quad W_3 = \frac{(120 V)^2}{360 \Omega} = 40 W$$

Soluzione alternativa

La corrente in R_3 è data da

$$W_3 = R_3 i_3^2 \quad \Rightarrow \quad i_3 = \sqrt{\frac{W_3}{R_3}} = 0,333 A$$

e la d.d.p. ai capi della stessa resistenza vale

$$\Delta V_3 = R_3 i_3 = 120 V$$

la corrente nel parallelo $R_{1,2}$, uguale alla corrente totale nel circuito, è data da

$$i_{1,2} = i = \frac{V - \Delta V_3}{R_{1,2}} = \frac{3 V - \Delta V_3}{2 R} = \frac{3 \cdot 240 V}{2 \cdot 120 \Omega} = 3,00 A$$

la resistenza R_4 è pertanto data da:

$$R_4 = \frac{\Delta V_3}{i_4} = \frac{\Delta V_3}{i - i_3} = \frac{120 V}{(3,00 - 0,333) A} = 45,0 V$$

da cui si ricava infine

$$x = \frac{R_4}{R_{4,\max}} = \frac{45 V}{180 V} = \frac{1}{4} = 0,250$$

1

La tensione, o differenza di potenziale, tra due punti è il rapporto tra l'opposto del lavoro svolto dal campo per spostare una carica tra i due punti e la carica stessa (attenzione all'ordine dei punti)

$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = -\frac{L_{A \rightarrow B}}{q} = \frac{L_{B \rightarrow A}}{q}$$

L'intensità di corrente, o semplicemente corrente, è il rapporto tra la quantità di carica che attraversa una sezione di un conduttore in un intervallo di tempo e il tempo stesso:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (\text{il passaggio al limite definisce la corrente istantanea})$$

2

Sono state utilizzate le seguenti unità di misura:

Corrente: ampere

unità di misura fondamentale del S.I. è definita come l'intensità di corrente che, mantenuta in due fili conduttori di lunghezza infinita, posti nel vuoto a 1 m di distanza, determina fra di essi la forza di $2 \cdot 10^{-7}$ N per ogni metro di lunghezza.

$$\text{Differenza di potenziale: volt} \quad 1V = 1 \frac{J}{C}$$

Tra due punti esiste la d.d.p. di 1 V quando lo spostamento di una carica positiva unitaria (1 C) tra di essi richiede il lavoro di 1 J.

$$\text{Resistenza: ohm} \quad 1\Omega = 1 \frac{V}{A}$$

Un conduttore ha resistenza di 1 Ω quando, applicando ai suoi estremi la d.d.p. di 1 V, viene attraversato dalla corrente di 1 A.

$$\text{Potenza:} \quad 1W = 1 \frac{J}{s}$$

Un sistema sviluppa la potenza 1 W quando produce (o dissipa) il lavoro di 1 J in 1 s.

3

I Legge di Ohm: la differenza di potenziale ai capi di un conduttore è proporzionale alla corrente che la attraversa; il fattore di proporzionalità è detto *resistenza* del conduttore

$$\Delta V = R i$$

II Legge di Ohm: la resistenza di un conduttore è direttamente proporzionale alla sua lunghezza e inversamente proporzionale alla sua sezione; il fattore di proporzionalità, detto *resistività*, è caratteristico di ogni materiale e dipende debolmente dalla temperatura

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho_0 (1 + \alpha \theta) \frac{l}{S}$$

dove ρ_0 è la resistività a 0 °C, α il coefficiente termico, θ la temperatura Celsius.

Le leggi di Ohm possono essere interpretate in base ad un modello microscopico della conduzione: si supponga di avere un resistore di lunghezza l e sezione S ; il moto degli elettroni di conduzione, dovuto alla sovrapposizione tra la velocità di deriva (v_d) e la velocità di agitazione termica (v_t), molto maggiore, può approssimarsi come una successione di moti uniformemente accelerati intervallati da urti completamente anelastici in cui la particella cede completamente la propria energia cinetica al reticolo; con ovvio significato dei simboli l'elettrone avrà quindi una velocità media, pari alla velocità di deriva, data da:

$$v_d = \bar{v} = \frac{1}{2} a \Delta t = \frac{eE}{2m} \Delta t$$

dove con Δt si è indicato il tempo medio tra due urti successivi; il fattore 2 deriva dal fatto che la velocità media, in un moto uniformemente accelerato con partenza da fermo, è uguale alla metà della velocità massima raggiunta dal corpo. Essendo $v_t \gg v_d$ si ha ancora

$$\Delta t = \frac{\lambda}{v_t}$$

dove λ è il libero cammino medio, ovvero la distanza mediamente percorsa da una particella tra due urti successivi, valore che dipende solo dalla struttura (dimensioni e densità atomica) del reticolo.

Utilizzando per v_t il valore previsto dalla teoria cinetica, $v_t = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, si ottiene

$$v_d = \frac{eE}{2m} \Delta t = \frac{eE \lambda}{2\sqrt{3k m T}}$$

la corrente è legata alla velocità di deriva dalla relazione $i = n e S v_d$, con n densità atomica (numero di atomi per unità di volume); introducendo il valore della d.d.p. (V) applicata agli estremi del conduttore, $V = \frac{E}{l}$ si ha infine:

$$i = \frac{n e^2 V S \lambda}{2l\sqrt{3k m T}} = \frac{n e^2 \lambda}{2\sqrt{3k m}} \cdot \frac{SV}{l\sqrt{T}} = \beta \frac{SV}{l\sqrt{T}}$$

da cui, esplicitando V

$$V = \frac{\sqrt{T}}{\beta} \frac{l}{S} i = \rho \frac{l}{S} i$$

nella quale si riconoscono le due leggi di Ohm; essendo poi

$$\rho = \frac{\sqrt{T}}{\beta} = \frac{\sqrt{\theta_0 + \theta}}{\beta} = \frac{\sqrt{\theta_0}}{\beta} \sqrt{1 + \frac{\theta}{\theta_0}} \approx \rho_0 \left(1 + \frac{1}{2\beta\sqrt{\theta_0}} \theta \right) = \rho_0 (1 + \alpha\theta)$$

con $\theta_0 = 273 \text{ K}$, si evidenzia l'approssimato andamento lineare della resistività in funzione della temperatura (approssimazione valida per $\theta \ll \theta_0$).

4

L'effetto Joule consiste nella dissipazione termica di energia dovuta al passaggio di corrente in un conduttore.

Supponiamo di avere un circuito costituito da un generatore ΔV e una resistenza R , senza altri elementi utilizzatori; una carica Δq che attraversa tale differenza di potenziale riceve dal campo elettrico un lavoro pari a

$$\Delta L = \Delta q \cdot \Delta V;$$

la potenza erogata dal generatore risulta pertanto:

$$W = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\Delta q \cdot \Delta V}{\Delta t} = i \cdot \Delta V$$

la relazione ottenuta ha validità generale, non avendo fatto alcuna assunzione sul rapporto esistente tra corrente e d.d.p.; nel caso particolarmente importante di un conduttore ohmico, introducendo la resistenza R del conduttore e utilizzando la legge di Ohm, si ottengono le relazioni:

$$W = i \cdot \Delta V = R i^2 = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

La potenza erogata dal generatore viene ceduta, sotto forma di energia termica, al conduttore che pertanto si riscalda.

Il modello microscopico presentato al punto 3 consente di spiegare anche l'effetto Joule, essendo la dissipazione di energia dovuta agli urti anelastici tra gli elettroni di conduzione e gli ioni del reticolo metallico.

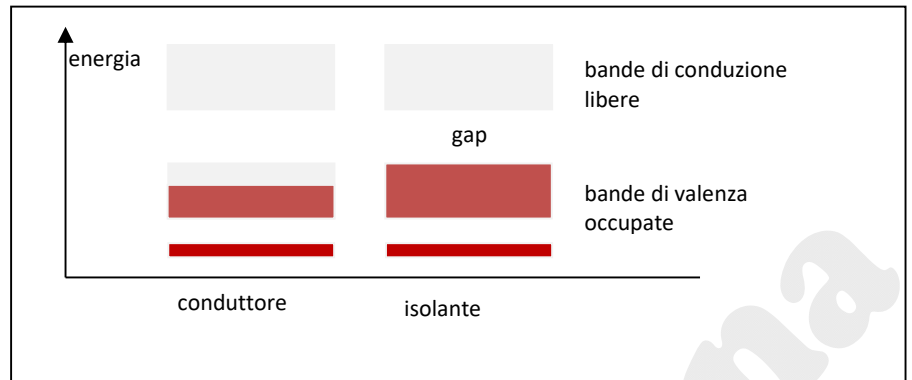
5

Il differente comportamento di conduttori e isolanti è dovuto alla diversa configurazione dei livelli elettronici; quando due o più atomi sono vicini, ad esempio quando sono allineati in un reticolo, la reciproca interazione determina la diminuzione del potenziale nei punti circostanti; da un punto di vista quantistico, la sovrapposizione delle loro funzioni d'onda porta alla sovrapposizione dei livelli energetici, che non sono più separabili, come nel singolo atomo, ma formano una *banda continua*.

Due bande possono essere separate da un intervallo (*gap*) proibito, in quanto corrispondente ad energie non possedute da nessun elettrone.

In un metallo la banda occupata dagli elettroni (detta anche *banda di valenza*, in marrone in figura) è solo parzialmente occupata cosicché gli elettroni hanno una mobilità elevata e, sottoponendo il metallo ad un campo elettrico (o una d.d.p.) anche debole, gli elettroni possono (quasi) liberamente muoversi all'interno della banda.

In un isolante la banda di valenza è invece completa e l'intervallo che la separa dalla successiva *banda di conduzione* (in grigio) è troppo grande perché possa essere raggiunto da un numero significativo di elettroni, rendendo impossibile lo spostamento di cariche all'interno del materiale.



Liceo Galilei Verona