



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*

**BRST – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

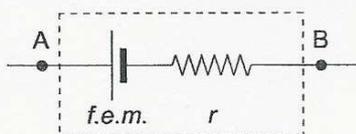
CORSO SPERIMENTALE – Progetto “BROCCA”

Indirizzi: SCIENTIFICO – SCIENTIFICO TECNOLOGICO

Tema di: FISICA

**Secondo tema**

Un generatore elettrico è un dispositivo capace di mantenere una differenza di potenziale tra due punti A e B ai quali è collegato. Esso è schematizzato con una sorgente di forza elettromotrice (*f.e.m.*) più una resistenza interna  $r$ , come mostrato nella figura a fianco.



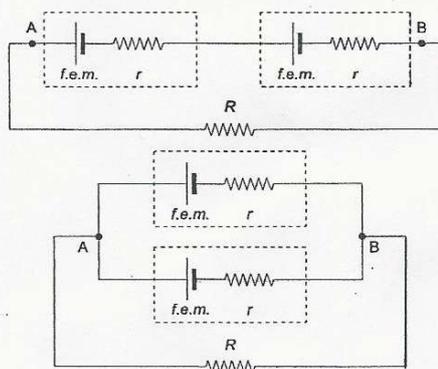
Il candidato:

1. spieghi il significato di *forza elettromotrice* e ne proponga una definizione;
2. spieghi qual è la condizione necessaria perché la misura della differenza di potenziale  $V_{AB}$  misurata ai capi di un resistore  $R$ , collegato agli estremi A e B del generatore elettrico, sia accettabile come misura approssimata della *f.e.m.* del generatore stesso;
3. fornisca e commenti un possibile metodo sperimentale per la misura della *f.e.m.* di un generatore elettrico;
4. ricavi l'espressione della corrente  $I$  che attraversa un resistore esterno  $R$  nei due circuiti rappresentati nella figura a fianco, dove due generatori identici di forza elettromotrice *f.e.m.* e resistenza interna  $r$  sono collegati al resistore prima in serie e poi in parallelo.

Il candidato risolva, infine, il seguente problema.

Si hanno 200 piccoli generatori elettrici, ciascuno di *f.e.m.* = 1 V e resistenza interna  $r = 0,2 \Omega$ . Questi generatori sono suddivisi in gruppi (“ $x$ ” gruppi) di un ugual numero di elementi collegati in serie. Gli “ $x$ ” gruppi sono poi collegati in parallelo e il sistema di generatori ottenuto è collegato ad un resistore esterno, di resistenza  $R = 10 \Omega$ , ottenendo un circuito elettrico chiuso.

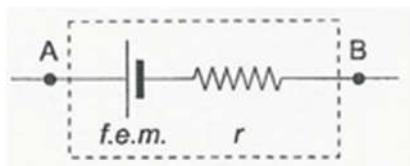
Il candidato calcoli per quale valore di “ $x$ ” è massima la corrente  $I$  che attraversa il resistore esterno.



ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE – Progetto “Brocca”  
Indirizzi: SCIENTIFICO – SCIENTIFICO TECNOLOGICO  
Tema di FISICA

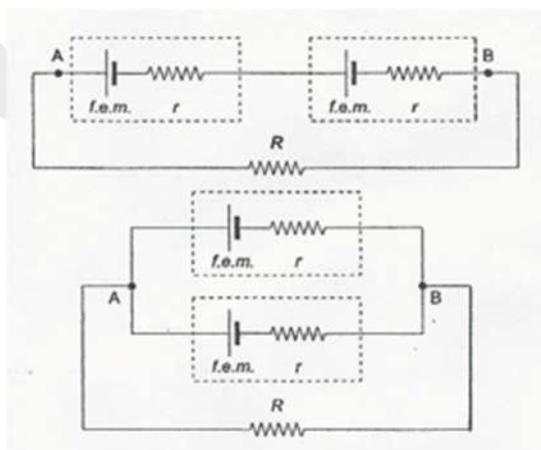
**Secondo tema**

Un generatore elettrico è un dispositivo capace di mantenere una differenza di potenziale tra due punti A e B ai quali è collegato. Esso è schematizzato con una sorgente di forza elettromotrice (*f.e.m.*) più una resistenza interna *r*, come mostrato nella figura a fianco.



Il candidato:

1. Spieghi il significato di *forza elettromotrice* e ne proponga una definizione;
2. spieghi qual è la condizione necessaria perché la misura della differenza di potenziale  $V_{AB}$  misurata ai capi di un resistore *R*, collegato agli estremi A e B del generatore elettrico, sia accettabile come misura approssimata della *f.e.m.* del generatore stesso;
3. fornisca e commenti un possibile metodo sperimentale per la misura della *f.e.m.* di un generatore elettrico;
4. ricavi l'espressione della corrente *I* che attraversa un resistore esterno *R* nei due circuiti rappresentati nella figura a fianco, dove due generatori identici di forza elettromotrice *f.e.m.* e resistenza interna *r* sono collegati al resistore prima in serie e poi in parallelo.



Il candidato risolva, infine, il seguente problema.

Si hanno 200 piccoli generatori elettrici, ciascuno di  $f.e.m. = 1 \text{ V}$  e resistenza interna  $r = 0,2 \Omega$ . Questi generatori sono suddivisi in gruppi (“*x*” gruppi) di un ugual numero di elementi collegati in serie. Gli “*x*” gruppi sono poi collegati in parallelo e il sistema di generatori ottenuto è collegato ad un resistore esterno, di resistenza  $R = 10 \Omega$ , ottenendo un circuito elettrico chiuso.

Il candidato calcoli per quale valore di “*x*” è massima la corrente *I* che attraversa il resistore esterno.

1

La forza elettromotrice (f.e.m.) è la differenza di potenziale che si misura ai capi di un generatore aperto, ovvero in una condizione in cui non eroga corrente; la differenza di potenziale che un generatore reale è in grado di produrre, è sempre minore della f.e.m. a causa della presenza di una resistenza interna; la caduta di potenziale dipende dal carico cui è soggetto il generatore, per cui la differenza di potenziale disponibile ai capi del generatore, in condizioni operative (a circuito chiuso), risulta:

$$\Delta V = fem - r i$$

dove  $i$  è la corrente erogata,  $r$  la resistenza interna del generatore,  $r i$  la caduta di potenziale su di essa.

La f.e.m. determina l'energia per unità di carica richiesta per far passare una carica tra i due poli del generatore

$$fem = \frac{\Delta L}{\Delta q}$$

2

La misura della differenza di potenziale ai capi di un resistore  $R$ , attraversato dalla corrente  $i$ , è pari al prodotto  $Ri$ ; perché tale misura approssimi in modo accettabile la  $fem$ , è necessario che la caduta di potenziale sulla resistenza interna sia trascurabile rispetto a quella su  $R$ , ovvero che sia  $R \gg r$ .

3

Un modo per misurare la  $fem$  consiste nel collegare il generatore, separatamente, a due diversi resistori  $R_1$  e  $R_2$ , di valore noto, misurando quindi le rispettive correnti  $i_1$  e  $i_2$ .

Si ha

$$\begin{cases} fem - r i_1 = R_1 i_1 \\ fem - r i_2 = R_2 i_2 \end{cases}$$

da cui, risolvendo

$$fem = \frac{(R_2 - R_1) i_1 i_2}{i_1 - i_2}$$

4

*Circuito con collegamento in serie*

Applicando la II legge di Kirkhoff (equivalente alla circuitazione del campo elettrico) al circuito si ha:

$$2 fem - 2r I - RI = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{2 fem}{R + 2r}$$

*Circuito con collegamento in parallelo*

Se  $I$  è la corrente nel resistore  $R$ , in ciascuno dei due rami contenenti il generatore circola, per simmetria, la corrente  $I/2$ ; applicando la II legge di Kirkhoff alla maglia contenente un generatore e il resistore  $R$ , si ha:

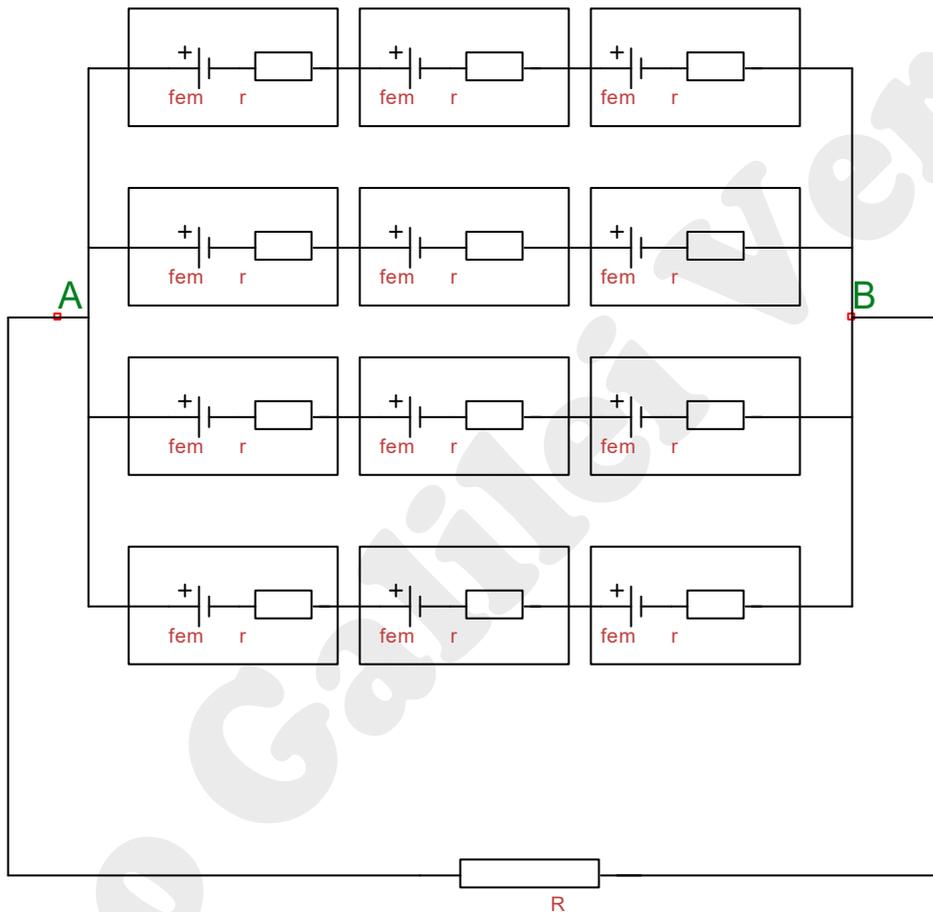
$$fem - r \frac{I}{2} - RI = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{2fem}{2R + r}$$

Nel limite in cui la resistenza interna è trascurabile ( $R \gg r$ ), si ottiene  $I_{serie} = 2I_{parallelo}$

### Problema

Si abbiano  $x$  gruppi di  $n$  generatori, con  $n, x$  interi positivi tali che  $n \cdot x = 200$ .

Il circuito assume la struttura rappresentata nella seguente figura con  $x$  rami (in figura ne sono riportati 4), contenenti ciascuno  $n$  generatori (3 nella figura).



Se  $I$  è la corrente che circola nel resistore  $R$ , essendo tutti i rami contenenti i generatori identici, per simmetria in ogni ramo circola la corrente  $I/x$ .

Procedendo come nel secondo caso del punto precedente, si applica la II legge di Kirkhoff ad una delle maglie contenente gli  $n$  generatori e il resistore  $R$ , ottenendo:

$$n \cdot fem - n \cdot r \frac{I}{x} - RI = 0 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{n \cdot fem}{R + \frac{n}{x}r} \quad \text{da cui, ponendo } n = \frac{200}{x}, \text{ si ha:}$$

$$I = \frac{\frac{200}{x} \cdot fem}{R + \frac{200}{x^2} r} = \frac{200 x \cdot fem}{200 r + x^2 R}$$

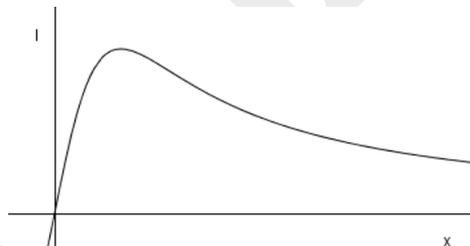
Per trovarne il massimo, consideriamo la funzione  $I(x)$ , trattando  $x$  come una variabile reale, e deriviamo rispetto ad essa

$$\frac{dI}{dx} = 200 \cdot fem \frac{200 r - x^2 R}{(200 r + x^2 R)^2}$$

che assume valore massimo per  $x = \sqrt{\frac{200 r}{R}} = 2$  (parallelo tra due gruppi contenenti ciascuno 100 generatori).

In questa configurazione si ha  $I_{MAX} = 5,0 A$  (a rigore, il risultato andrebbe espresso con una sola cifra significativa, corrispondente alle cifre significative dei dati forniti).

N.B. i valori numerici forniti consentono di determinare per  $x$  un valore intero; volendo generalizzare il problema, tracciamo un grafico sommario della funzione  $I(x)$ , per  $x \geq 0$ ; a questo proposito basta notare che si tratta di una funzione razionale fratta, continua, di terzo grado, dispari, infinitesima per  $x \rightarrow \infty$ .



Indicata con  $x_M$  l'ascissa (reale) del punto di massimo, il valore intero richiesto dal testo andrà ricercato numericamente confrontando il valore assunto dalla funzione nei due interi più vicini, ovvero

$$I_{MAX} = MAX \{ I( INT(x_{MAX}) ), I( INT(x_{MAX}) + 1 ) \}$$