



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*

**BRST – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE – Progetto “BROCCA”

**Indirizzi:** SCIENTIFICO – SCIENTIFICO TECNOLOGICO

**Tema di:** FISICA

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica, delle cifre significative e delle unità di misura nella presentazione dei risultati numerici.

**Primo tema**

La scoperta dell'elettrone da parte di Sir Joseph John Thomson, nel 1897, rappresentò per i fisici un elemento fondamentale per la ricerca scientifica finalizzata a comprendere la composizione dell'atomo.

Il candidato esponga le sue conoscenze riguardo:

1. l'evoluzione del modello atomico,
2. la composizione del nucleo atomico,
3. l'emissione di radiazioni elettromagnetiche di varie frequenze e in particolare di raggi X,
4. l'emissione di radiazioni nucleari.

Infine, dopo aver spiegato che cosa s'intende per lunghezza d'onda di de Broglie, calcoli quella associata ad un elettrone dopo che esso ha superato lo spazio tra due griglie metalliche distanti una dall'altra 0,5 cm, dove è stato accelerato dalla d.d.p. di 60 V. Trascuri la velocità iniziale dell'elettrone e gli eventuali effetti relativistici.

Supponendo, ora, di non conoscere la distanza tra le due griglie metalliche, risolva lo stesso problema con considerazioni energetiche e confronti i risultati ottenuti.

Si ricordano i seguenti dati:

Costante di Planck:	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s};$
Massa a riposo dell'elettrone:	$m_e = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg};$
Carica dell'elettrone:	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$

Segue trascrizione ai fini dell'accessibilità

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE – Progetto “Brocca”  
Indirizzi: SCIENTIFICO – SCIENTIFICO TECNOLOGICO

Tema di FISICA

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica, delle cifre significative e delle unità di misura nella presentazione dei risultati numerici

**Primo tema**

La scoperta dell'elettrone da parte di Sir Joseph John Thomson, nel 1897, rappresentò per i fisici un elemento fondamentale per la ricerca scientifica finalizzata a comprendere la composizione dell'atomo.

Il candidato esponga le sue conoscenze riguardo:

1. L'evoluzione del modello atomico,
2. la composizione del nucleo atomico,
3. l'emissione di radiazioni elettromagnetiche di varie frequenze e in particolare di raggi X,
4. l'emissione di radiazioni nucleari.

Infine, dopo aver spiegato che cosa s'intende per lunghezza d'onda di de Broglie, calcoli quella associata ad un elettrone dopo che esso ha superato lo spazio tra due griglie metalliche distanti una dall'altra 0,5 cm, dove è stato accelerato dalla d.d.p. di 60 V. Trascuri la velocità iniziale dell'elettrone e gli eventuali effetti relativistici.

Supponendo, ora, di non conoscere la distanza tra le due griglie metalliche, risolva lo stesso problema con considerazioni energetiche e confronti i risultati ottenuti.

Si ricordano i seguenti dati:

Costante di Planck:  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Massa a riposo dell'elettrone:  $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;

Carica dell'elettrone:  $e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

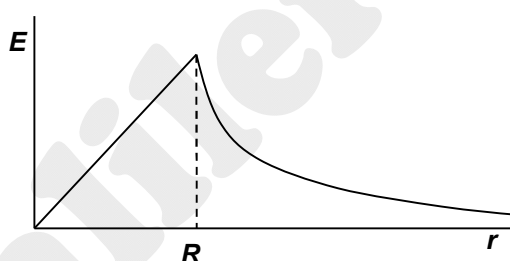
1

Il primo modello atomico ipotizzato in epoca moderna fu il modello di Thomson (1904), in cui l'atomo è considerato come una distribuzione omogenea di carica positiva all'interno della quale sono distribuite cariche negative puntiformi, gli elettroni, in numero tale da rendere l'atomo complessivamente neutro.

Questo modello non resse però alle verifiche sperimentali: l'esperimento decisivo, comunemente noto come *esperimento di Rutherford*, fu eseguito da Geiger e Marsden nel 1909, sotto la guida del fisico inglese Ernest Rutherford.

L'esperimento consistette nel bombardare una lamina sottile di oro con particelle  $\alpha$  (nuclei di elio) ad energia sufficientemente elevata da permetterne l'attraversamento; il modello atomico di Thomson prevedeva piccole deviazioni per le particelle  $\alpha$  ma l'esperimento mostrò che alcune di esse venivano diffuse a grandi angoli, anche a  $180^\circ$ , fatto che poteva spiegarsi soltanto ipotizzando che la carica positiva fosse concentrata entro un raggio molto inferiore al raggio atomico.

Una carica  $Q$ , distribuita uniformemente entro una sfera di raggio  $R$ , produce infatti un campo elettrico radiale di modulo:

$$E = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r & r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r \geq R \end{cases}$$


L'energia cinetica  $E_\alpha$  che una particella  $\alpha$  deve possedere per oltrepassare la distribuzione di carica è pertanto data da:

$$E_\alpha = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{1}{2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R}$$

nella quale il primo addendo individua l'energia necessaria alla particella per giungere sulla superficie della sfera (provenendo da un punto dove l'interazione è trascurabile), il secondo quella per arrivare dalla superficie al centro della sfera; si noti che, per  $R$  finito, tale energia resta sempre finita, mentre per  $R \rightarrow 0$  (carica puntiforme) l'energia diverge, pertanto qualunque particella che incidesse centralmente sul bersaglio, con energia finita, verrebbe necessariamente respinta.

L'esperimento consente di determinare un limite superiore al raggio della distribuzione di carica in funzione della massima energia  $E_\alpha$  fornita alle particelle  $\alpha$ :

$$R < \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 E_\alpha}$$

I valori sperimentali consentono di stimare il raggio nucleare dell'ordine di  $10^{-15}$  m, mentre il raggio atomico è dell'ordine  $10^{-10}$  m.

Nel 1911 Bohr propose il primo modello atomico basato su un'ipotesi quantistica.

Consideriamo un atomo di idrogeno costituito da un protone attorno al quale orbita, su una circonferenza di raggio  $r$ , un elettrone classico.

La forza di attrazione coulombiana garantisce la forza centripeta necessaria a garantire il moto circolare uniforme

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_e \frac{v^2}{r}$$

da cui si ottiene per l'energia totale

$$E_{tot} = E_{cin} + U = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

il segno negativo indica che il sistema si trova in uno stato legato.

L'ipotesi radicalmente nuovo del modello di Bohr, che lo stacca dalla fisica classica, è la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone atomico, secondo la relazione

$$L = m_e v r = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

Dalla prima e terza equazione, eliminando  $v$ , si ottiene:

$$r_n = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} \quad \text{e} \quad E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2}$$

ovvero dalla quantizzazione del momento angolare segue la quantizzazione dei raggi orbitali e dell'energia dell'elettrone (nella scrittura finale è stato aggiunto alle due grandezze il pedice  $n$  ad indicare esplicitamente la quantizzazione delle due grandezze).

L'interpretazione di queste ultime due equazioni comporta che l'elettrone, in questo modello, possa trovarsi unicamente su orbite circolari il cui raggio sia multiplo quadratico di  $r_1$ , raggio dello stato fondamentale, detto anche raggio di Bohr, comunemente indicato con  $r_0 = 5,29 \cdot 10^{-11} m$ , e che l'energia sia un sottomultiplo quadratico dell'energia dello stato fondamentale  $E_0 = -13,6 eV$ .

Il modello di Bohr si adatta molto bene all'atomo di idrogeno, meno ad atomi con più elettroni.

Una prima correzione si ebbe con il modello di Sommerfeld, che contempla per l'elettrone la possibilità di avere orbite ellittiche e non solo circolari, con la conseguente introduzione di numeri quantici caratterizzanti l'eccentricità e l'orientamento delle stesse.

Entrambi i modelli di Bohr e di Sommerfeld introducono elementi quantistici nell'ambito di un formalismo ancora classico, sostanzialmente il modello planetario, per cui sono definiti semiclassici.

L'evoluzione successiva, che corrisponde al modello attualmente accettato, segue dall'interpretazione in senso probabilistico della funzione d'onda, formulata da Max Born nel 1926. In base alla formulazione di Schroedinger della meccanica quantistica (1923), ogni sistema quantistico è caratterizzato da una funzione d'onda che ne descrive completamente lo stato.

Schrodinger non fornisce un modello interpretativo di questa funzione che viene invece data da Born: il quadrato del modulo della funzione d'onda determina la probabilità di trovare una particella in un determinato punto dello spazio e in un determinato istante:

$$|\Psi(x_A, t_A)|^2 = P(x = x_A, t = t_A)$$

Con specifico riferimento al modello atomico, nell'ambito della meccanica quantistica perde significato i concetti classici di particella e, conseguentemente, di posizione e traiettoria: il concetto di orbita viene pertanto sostituito da quello di *orbitale*, che definisce unicamente la probabilità di localizzare l'elettrone in un determinato punto ad un determinato istante.

2

Il nucleo atomico è composto da due tipi di particelle: protoni, di carica positiva, e neutroni, privi di carica.

Mentre la stabilità dell'atomo è garantita dalla forza elettromagnetica, quella del nucleo comporta l'esistenza di un altro tipo di forza, la cosiddetta *forza nucleare forte* (o semplicemente *interazione forte*) che agisce tra i *nucleoni* (protoni e neutroni): questa forza è sempre attrattiva e ha un raggio d'azione di circa  $10^{-15}$  m, corrispondente all'ordine di grandezza del nucleo.

Entrambe le particelle non possono essere considerate elementari in quanto composte a loro volta da quark, particelle di carica elettrica frazionaria non osservabili individualmente.

La dimensione del nucleo atomico è empiricamente descritta dalla relazione:

$$R = R_0 A^{1/3} \text{ dove } R_0 \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} \text{ e } A \text{ è il numero di massa del nucleo.}$$

3

L'emissione di radiazioni elettromagnetiche può spiegarsi a partire dal modello di Bohr: un atomo i cui elettroni assorbono energia passa in uno stato eccitato, instabile, dal quale decade verso lo stato fondamentale emettendo l'energia in eccesso sotto forma di fotoni, la cui energia corrisponde alla differenza tra due livelli: ne segue che l'elettrone può assorbire (ed emettere) soltanto l'energia corrispondente alla transizione tra due livelli ammessi:

$$E_m - E_n = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = h\nu_{nm} \quad (m > n)$$

osservazione che consente di interpretare gli spettri atomici, a righe, quindi discreti, di assorbimento ed emissione, inspiegabili nell'ambito del formalismo classico.

Le radiazioni dovute alle transizioni atomiche ricoprono generalmente la parte dello spettro e.m. compresa tra l'infrarosso e l'ultravioletto, passando per il visibile; solo in atomi con grande numero atomico possono esistere transizioni nella regione dei raggi X.

Le radiazioni che compongono lo spettro elettromagnetico differiscono essenzialmente per la frequenza (e grandezze correlate):

Infrarosso	$10^{11}$ - $10^{14}$ Hz
Visibile	$4,3$ - $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz

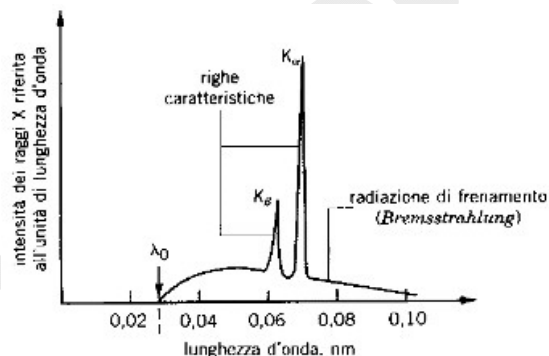
Ultravioletto  $7,5 \cdot 10^{14} - 10^{16}$  Hz  
 Raggi X  $10^{16} - 10^{19}$  Hz

I raggi X sono normalmente prodotti inviando un fascio di elettroni accelerati da una elevata differenza di potenziale contro un bersaglio (es. una lastra di piombo), in modo che, nell'urto, trasformino la loro energia cinetica nell'energia della radiazione (radiazione di frenamento o bremsstrahlung); l'ordine di grandezza della d.d.p. necessaria è:

$$\Delta V = \frac{h\nu}{e} \approx 10^2 - 10^6 \text{ V}$$

Lo spettro della radiazione presenta un fondo continuo su cui si evidenziano uno o più righe; lo spettro continuo presenta una lunghezza d'onda di soglia dipendente soltanto dall'energia degli elettroni incidenti  $\lambda$

$$\lambda \geq \frac{hc}{e\Delta V}$$



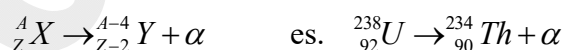
Le righe costituiscono invece uno spettro caratteristico del bersaglio e possono essere interpretate tramite l'assorbimento di energia da parte degli elettroni interni, fortemente legati, e successiva emissione per diseccitazione (o rilassamento).

4

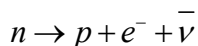
Le radiazioni nucleari si classificano in:

raggi  $\gamma$ : sono onde e.m. con frequenza superiore a  $10^{19}$  Hz; non modificano la composizione del nucleo

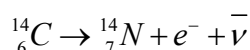
raggi  $\alpha$ : sono particelle composte da due protoni e due neutroni (nuclei di elio); in conseguenza all'emissione di una particella  $\alpha$  (decadimento  $\alpha$ ) un nucleo si trasforma secondo la relazione



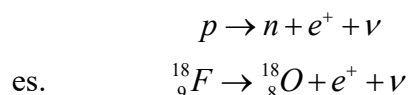
raggi  $\beta^-$ : sono elettroni di origine nucleare; vengono emessi in seguito alla trasformazione di un neutrone in un protone, accompagnata dall'emissione di un antineutrino, particella neutra di massa a riposo quasi nulla, la cui esistenza fu ipotizzata da Fermi per giustificare la conservazione della quantità di moto in tale decadimento:



Un esempio importante è fornito dal decadimento del carbonio-14, utilizzato nella datazione dei reperti storici:



Raggi  $\beta^+$ : si tratta di positroni (antiparticella dell'elettrone) di origine nucleare che vengono emessi in seguito alla trasformazione di un protone in un neutrone, accompagnata dall'emissione di un neutrino:



5

Il concetto classico di particella viene superato dalla meccanica quantistica: corpi classicamente corpuscolari, tipicamente gli elettroni, producono interferenza, evidenziando così un aspetto tipicamente ondulatorio.

Questa tesi fu proposta nel 1924 da Louis de Broglie che, basandosi su un'ipotesi di simmetria tra radiazione e.m. e materia, estese il dualismo onda-particella, emerso dalla spiegazione dell'effetto fotoelettrico ad opera di Einstein, alla materia corpuscolare.

Con l'usuale significato dei simboli, ad un *quanto di luce*, successivamente chiamato *fotone*, viene attribuita l'energia

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Energia e impulso della radiazione elettromagnetica sono legate dalla relazione, deducibile sia dalle equazioni di Maxwell che dalla relatività ristretta  $E = cp$ , da cui:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = cp \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

Quest'ultima relazione definisce la *lunghezza d'onda di de Broglie*, ovvero la lunghezza dell'onda corrispondente ad una particella di impulso  $p$  ( $p = mv$ ).

L'ipotesi di de Broglie consente di motivare la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone nell'atomo di Bohr: trattando l'elettrone come un'onda in uno spazio finito, questa può esistere solo se, come nel caso delle onde stazionarie lungo una corda, è in grado di interferire costruttivamente con se stessa; nel caso di orbite elettroniche circolari, considerate nel modello di Bohr, una circonferenza deve contenere un numero intero di lunghezze d'onda elettroniche, ovvero:

$$n\lambda = n \frac{h}{p} = 2\pi r \Rightarrow r p = m_e v r = L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

Nel caso dell'esercizio proposto, la velocità acquisita dall'elettrone è data da:

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = e \Delta V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e \Delta V}{m_e}}$$

Non è necessario né utile utilizzare la distanza tra le griglie; si ha infine:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_e}}} = \frac{h}{\sqrt{2em_e \Delta V}} = 1,6 \cdot 10^{-10} m$$

Liceo Galilei Verona