

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

BRST – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE – Progetto “BROCCA”

Indirizzi: SCIENTIFICO – SCIENTIFICO TECNOLOGICO

Tema di: FISICA

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica, delle cifre significative e delle unità di misura nella presentazione dei risultati numerici.

Primo tema

Con la storica memoria dal titolo “*Teoria della legge di distribuzione dell’energia dello spettro normale*” presentata all’Accademia delle Scienze di Berlino il 14 dicembre 1900, Max Planck introdusse il concetto di *quantizzazione dell’energia*, presentando una formula matematica che forniva risultati coerenti con i dati sperimentali ricavati dall’analisi dello spettro del *corpo nero*. Prendendo spunto dai risultati teorici di Planck, Einstein riuscì a spiegare il fenomeno dell’effetto fotoelettrico che appariva incomprensibile utilizzando la teoria elettromagnetica di Maxwell.

Il candidato spieghi:

- che cosa s’intende per *corpo nero* e descriva sinteticamente le deduzioni teoriche di Planck;
- la differenza tra la produzione e la propagazione di un’onda elettromagnetica secondo la teoria quantistica di Planck e la successiva ipotesi dei fotoni avanzata da Einstein;
- il fenomeno dell’effetto fotoelettrico, come oggi lo conosciamo grazie ad Einstein, descrivendone almeno un’applicazione.

Risolva, infine, il problema che segue.

Sopra una lastra di metallo fotosensibile incide un’onda elettromagnetica con lunghezza d’onda $\lambda = 200\text{nm}$ e sugli elettroni estratti per effetto fotoelettrico agisce un campo magnetico caratterizzato da un vettore induzione magnetica di modulo $B = 25 \cdot 10^{-6}\text{ T}$, perpendicolare alla loro direzione di propagazione. Risentendo l’effetto del campo magnetico, gli elettroni si muovono su una traiettoria circolare con un raggio massimo di 20 cm.

Il candidato calcoli in eV il lavoro di estrazione da questo metallo ed esprima poi la sua opinione sulla possibilità di ottenere l’effetto fotoelettrico utilizzando con lo stesso metallo un’onda elettromagnetica con lunghezza d’onda $\lambda = 400\text{ nm}$. Si trascurino gli effetti relativistici.

Si ricordano i seguenti valori:

Velocità della luce: $c = 2,998 \cdot 10^8\text{ m/s}$; Costante di Planck: $h = 6,626 \cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$;

Massa a riposo dell’elettrone: $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$; Carica dell’elettrone: $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.

Trascrizione ai fini dell'accessibilità

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE – Progetto “Brocca”
Indirizzi: SCIENTIFICO – SCIENTIFICO TECNOLOGICO
Tema di FISICA

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica, delle cifre significative e delle unità di misura nella presentazione dei risultati numerici

Primo tema

Con la storica memoria dal titolo “*Teoria della legge di distribuzione dell'energia dello spettro normale*” presentata all'Accademia delle Scienze di Berlino il 14 dicembre 1900, Max Planck introdusse il concetto di *quantizzazione dell'energia*, presentando una formula matematica che forniva risultati coerenti con i dati sperimentali ricavati dall'analisi dello spettro del *corpo nero*.

Prendendo spunto dai risultati teorici di Planck, Einstein riuscì a spiegare il fenomeno dell'effetto fotoelettrico che appariva incomprensibile utilizzando la teoria elettromagnetica di Maxwell.

Il candidato spieghi:

- che cosa s'intende per *corpo nero* e descriva sinteticamente le deduzioni teoriche di Planck;
- la differenza tra la produzione e la propagazione di un'onda elettromagnetica secondo la teoria quantistica di Planck la successiva ipotesi dei fotoni avanzata da Einstein;
- il fenomeno dell'effetto fotoelettrico, come oggi lo conosciamo grazie ad Einstein, descrivendone almeno un'applicazione

Risolve, infine, il problema che segue.

Sopra una lastra di metallo fotosensibile incide un'onda elettromagnetica con lunghezza d'onda $\lambda = 200$ nm e sugli elettroni estratti per effetto fotoelettrico agisce un campo magnetico caratterizzato da un vettore induzione magnetica di modulo $B = 25 \cdot 10^{-6}$ T, perpendicolare alla loro direzione di propagazione. Risentendo l'effetto del campo magnetico, gli elettroni si muovono su una traiettoria circolare con un raggio massimo di 20 cm.

Il candidato calcoli in eV il lavoro di estrazione da questo metallo ed esprima poi la sua opinione sulla possibilità di ottenere l'effetto fotoelettrico utilizzando con lo stesso metallo un'onda elettromagnetica con lunghezza d'onda $\lambda = 400$ nm. Si trascurino gli effetti relativistici.

Si ricordano i seguenti valori:

Velocità della luce: $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s;

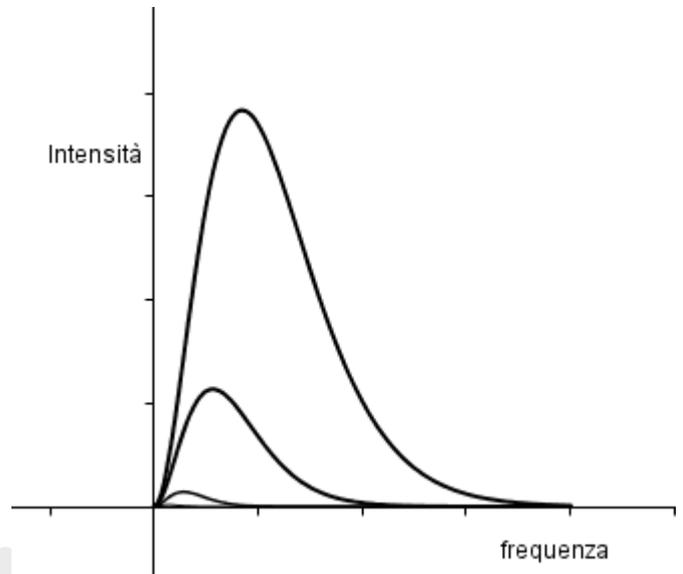
Costante di Planck: $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s

Massa a riposo dell'elettrone: $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31}$ kg ;

Carica dell'elettrone: $e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C

a)

Il corpo nero è un sistema ideale capace di assorbire tutta la radiazione incidente su di esso; è approssimabile mediante una cavità ricoperta di nero fumo (nella pratica, fuliggine di combustione) nella quale sia praticato un piccolo foro; la radiazione che eventualmente entrasse dal foro viene assorbita dalle pareti interne ed ha pertanto una bassissima probabilità di essere riemessa; il termine *nero* ha una ovvia derivazione ottica, tuttavia l'assorbimento è inteso relativamente all'intero spettro elettromagnetico. Un corpo nero, posto in equilibrio termico con l'ambiente, ad una determinata temperatura, si comporta come un radiatore puro emettendo radiazione secondo uno spettro tipico, riportato in figura, le cui caratteristiche principali sono:



- l'intensità di emissione tende a zero per piccole o grandi lunghezze d'onda (o corrispondentemente, grandi o piccole frequenze):

$$\lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ (\nu \rightarrow \infty)}} I(\lambda, T) = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow \infty \\ (\nu \rightarrow 0)}} I(\lambda, T) = 0$$

- l'intensità totale di emissione (energia per unità di tempo e di superficie), corrispondente all'area limitata da ciascuna curva, è espressa dalla legge di Stefan-Boltzmann

$$I = \sigma T^4$$

dove $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ è la costante di Stefan.

Lo spettro di emissione del corpo nero è risultato inspiegabile nell'ambito della fisica classica, in grado di riprodurre l'emissione a bassa energia (grande lunghezza d'onda) ma non l'andamento asintotico (basse lunghezze d'onda, quindi alte frequenze), per la quale il modello classico prevedeva una inaccettabile divergenza (la cosiddetta *catastrofe ultravioletta*). Planck riuscì a ricostruire lo spettro ipotizzando che l'emissione non fosse continua ma che le molecole della parete (assimilate a degli oscillatori elettromagnetici) vibrassero, quindi scambiassero energia, unicamente per valori multipli interi di una grandezza fondamentale, introducendo per la prima volta nella fisica, nel 1900, un'ipotesi di quantizzazione: $E = nh\nu$, dove ν è la frequenza emessa, h la costante di Planck e n un numero intero.

L'analisi di Planck permise di ottenere la relazione:

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

in accordo con i risultati sperimentali; in particolare, nel limite di basse frequenze $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$, la distribuzione assume la forma:

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} I(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT} - 1} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

già nota come legge di Raleigh-Jeans, mentre per $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$

$$\lim_{\nu \rightarrow +\infty} I(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

Integrando $I(\nu, T)$ sull'intero spettro di frequenze si ottiene

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \int_0^{+\infty} \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu = \quad (\text{mediante il cambio di variabile } \frac{h\nu}{kT} = z) \\ &= \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \int_0^{+\infty} \frac{z}{e^z - 1} dz = \left(\frac{8\pi k^4}{c^3 h^3} \int_0^{+\infty} \frac{z}{e^z - 1} dz \right) T^4 = \sigma T^4 \end{aligned}$$

ovvero la legge di Stefan-Boltzmann, dalla quale, mediante confronto con i dati sperimentali, si può determinare il valore della costante di Planck; l'integrale è calcolabile solo numericamente ma è immediato osservare, dall'ordine di infinitesimo della funzione integranda, che assume valore finito.

b)

La teoria di Planck si sviluppa nell'ambito dell'elettrodinamica classica, ovvero ammette che la radiazione del corpo nero, che in definitiva è una cavità, sia dovuta all'emissione prodotta da oscillatori elettromagnetici classici. La radiazione pertanto si propaga in base alle leggi formulate dalle equazioni di Maxwell nel vuoto:

$$C(\vec{E}) + \frac{d}{dt} \Phi(\vec{B}) = 0 \quad \text{e} \quad C(\vec{B}) - \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{d}{dt} \Phi(\vec{E}) = 0$$

dalla cui elaborazione si ottiene che la radiazione e.m. è determinata da un campo elettrico e uno magnetico che oscillano ortogonalmente in fase:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(kx - \omega t) \quad \text{e} \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \sin(kx - \omega t)$$

dove

$$\frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \quad \text{è la velocità della radiazione e.m. e} \quad \frac{E_0}{B_0} = c.$$

L'ipotesi innovativa di Planck, da cui si fa nascere la meccanica quantistica, consiste nel supporre che l'energia degli oscillatori elementari abbia uno spettro non continuo ma discreto, ovvero ammetta solo multipli interi di un grandezza fondamentale, il cosiddetto *quanto* di energia, ovvero:

$$E = nh\nu$$

la cui elaborazione matematica conduce ai risultati esposti al punto a).

L'ipotesi di Planck non era tuttavia, per sua stessa ammissione, supportata da un adeguato modello fisico, ma si configurava essenzialmente come un artificio matematico in grado di riprodurre correttamente i valori sperimentali, ma il cui significato restava incompreso, quindi di scarso valore conoscitivo.

L'ipotesi di Einstein, ancora più radicale ma soprattutto basata su un modello interpretativo, suppone che la radiazione elettromagnetica, a livello elementare, non venga trasferita con continuità ma in pacchetti discreti (o quantizzati) indivisibili, ovvero che presenti una natura essenzialmente corpuscolare: ogni *pacchetto*, o *quanto*, possiede un'energia proporzionale alla frequenza della radiazione emessa ($E = h\nu$, dove h è la costante di Planck), che trasferisce, in modo pressoché istantaneo, alle particelle con le quali interagisce, ad es. nel caso dell'effetto fotoelettrico, agli elettroni della placchetta metallica emettitrice.

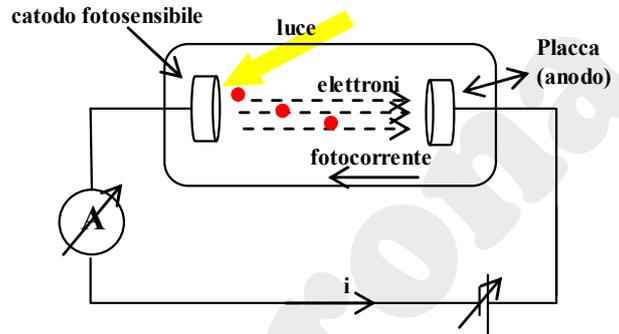
Utilizzando il linguaggio della fisica moderna, il quanto di Einstein, rinominato *fotone* , è una particella di massa a riposo nulla, che conseguentemente si muove, come imposto dalla relatività ristretta, alla velocità c , con energia $E = h\nu$ e impulso $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$; quest'ultima relazione è facilmente ricavabile a partire dall'invariante relativistico energia-impulso

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4$$

ponendovi $m = 0$. Si può notare che la relazione $p = E/c$, era già nota per le onde elettromagnetiche, dedotta classicamente nell'ambito delle equazioni di Maxwell.

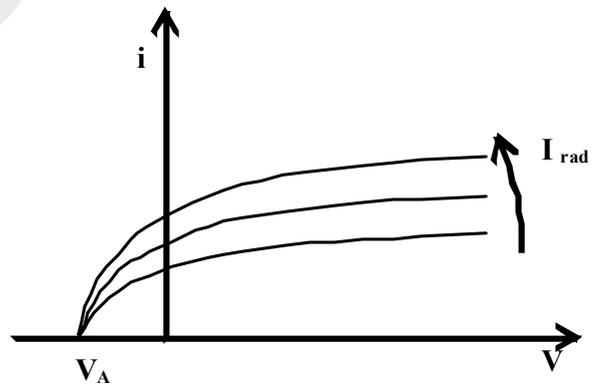
c)

L'effetto fotoelettrico consiste nell'emissione di elettroni da parte di un metallo sottoposto a radiazione elettromagnetica (generalmente di bassa energia, nella banda del visibile o del vicino ultravioletto, corrispondente a pochi eV). Perché avvenga l'emissione è necessario che l'elettrone riceva una quantità di energia non inferiore all'energia di ionizzazione dell'atomo di cui fa parte. L'apparato sperimentale idoneo a studiare il fenomeno può schematicamente rappresentarsi mediante lo schema riportato nella figura a lato.



Sperimentalmente si rileva che,

- a - indipendentemente dall'intensità della radiazione incidente, l'emissione avviene soltanto per frequenze superiori ad una frequenza di soglia ν_0 ;
- b - per $\nu \geq \nu_0$, l'emissione dell'elettrone è praticamente immediata (recenti misure hanno stabilito un tempo di emissione dell'ordine di 10^{-18} s), anche per intensità della radiazione incidente molto basse;
- c - il potenziale di arresto V_A da applicare alla placca (il cui potenziale può essere positivo o negativo rispetto all'emettitore) per inibire la corrente determinata dalla fotoemissione è indipendente dall'intensità della radiazione incidente (v. figura).



Il modello di Einstein permette di spiegare agevolmente le osservazioni sperimentali: (N.B: il testo non richiede di esaminare l'impossibilità di interpretare questo fenomeno in base alle leggi della fisica classica).

Se l'energia della radiazione viene trasmessa (e assorbita) mediante fotoni, ciascuno di essi deve avere energia almeno pari all'energia di estrazione (o di prima ionizzazione) del metallo (eV_i), ovvero

$$h\nu \geq eV_i \Rightarrow \nu \geq \frac{eV_i}{h} = \nu_0$$

relazione che spiega l'esistenza delle frequenza di soglia e l'istantaneità dell'emissione, dovuta all'assorbimento di un singolo fotone.

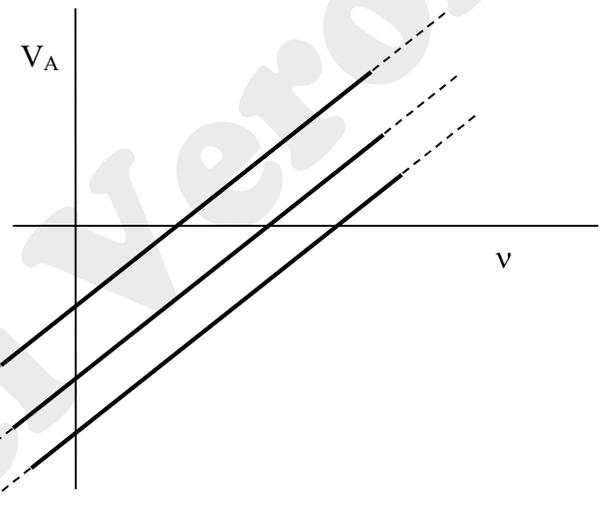
Per frequenze superiori alla frequenza di soglia, si ha:

$$h\nu = eV_i + E_c = eV_i + eV_A \Rightarrow V_A = \frac{h}{e}\nu - V_i$$

dove $E_c = h\nu - eV_i$ è l'energia cinetica del fotoelettrone e V_A il potenziale di arresto, che risulta dipendere linearmente dalla frequenza ma non dall'intensità della radiazione incidente, in accordo con i dati sperimentali.

Da quest'ultima relazione si deduce inoltre che, per metalli diversi, le rette che esprimono la dipendenza tra potenziale di arresto e frequenza presentano uguale pendenza e ordinata all'origine pari all'opposto del potenziale di estrazione.

Si nota infine, dal grafico della corrente l'esistenza di un andamento di saturazione, che si verifica allorché il numero di elettroni che riescono a raggiungere, nell'unità di tempo, l'anodo uguaglia quello degli elettroni emessi dal catodo.



Tra le applicazioni dell'effetto fotoelettrico si possono citare le fotocellule, che costituiscono un circuito elettrico in cui un conduttore è sostituito da una cella fotoelettrica: se questa viene illuminata nel circuito passa corrente (circuito chiuso); interporre un corpo tra il sistema illuminante e la fotocellula comporta la cessazione della corrente, equivalente all'apertura del circuito; le fotocellule trovano applicazione in sistemi di sicurezza e in cronometri di precisione.

Altre applicazioni sono costituite dai pannelli fotovoltaici, per la produzione diretta di energia elettrica a partire dalla radiazione solare, o i fotomoltiplicatori, utilizzati nella strumentazione della fisica delle particelle.

PROBLEMA

Il fotone ha energia $E = \frac{hc}{\lambda}$; la velocità dell'elettrone è determinata dalla curvatura prodotta dal campo magnetico:

$$F = evB = m_e \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \frac{eBr}{m_e}$$

da cui segue:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = L_{estr} + \frac{1}{2} m_e v^2 = L_{estr} + \frac{(eBr)^2}{2m_e}$$

e

$$L_{estr} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{(eBr)^2}{2m_e} = 6,4 J = 4,0 eV$$

Per $\lambda = 200 \text{ nm}$ si ha:

$$E' = \frac{hc}{\lambda} = 3,1 eV$$

inferiore al lavoro di estrazione, per cui non si ha emissione di elettroni.