IL MOTO RELATIVO

Immagina di essere dentro una specie di lunghissimo treno da cui non è possibile guardare fuori.

Tu, dall'interno di questo laboratorio, hai osservato vari fenomeno; poi è salito a bordo un tuo amico e ti dice che, mentre tu effettuavi le osservazioni il treno si è mosso alla velocità, costante, di 10 km/h (molto bassa in verità ma si tratta di un treno speciale) e tu puoi altrettanto bene non aver avuto percezione del suo movimento, se il suo moto è stato **rettilineo uniforme**.

Se non puoi guardare fuori, come puoi accorgerti che il treno sul quale ti trovi, si sta muovendo?

Non ti resta che cercare indizi del movimento nei fenomeni che accadono dentro il treno; se ne scoprirai qualcuno incompatibile con uno stato di quiete, allora potrai dedurre che il treno si sta muovendo o se, ancora, dovrai reggere forte la borsa sopra le ginocchia per non farla cadere...

Quelli menzionati, quando viaggi in auto, per esempio, sono fenomeni che si manifestano solo in particolari fasi del movimento: in corrispondenza di una frenata, di un colpo di acceleratore, di una curva; in momenti in cui la velocità (vettore) sta cambiando.

Quando l'auto procede a **velocità** costante, invece, tutto procede esattamente come quando è ferma! Poiché spariscono i fenomeni insoliti che potevano suggerirti il movimento, non si può dire se l'automobile è ferma o se si muove di moto rettilineo uniforme.

Le due situazioni sono infatti indistinguibili, poiché ad ambedue corrispondono fenomeni fisici assolutamente identici.

Galileo Galilei è stato il primo ad accorgersene, intorno al 1600: in un passo tratto da il Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano, viene proprio affrontato questo argomento (Salviati sostiene l'impossibilità di distinguere uno stato di quiete da uno stato di moto rettilineo uniforme):

Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non piú gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder cosí, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con piú forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso *poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con piú fatica noteranno verso la precedente che verso la sussequente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nugoletta trattenervisi, e indifferentemente muoversi non piú verso questa che quella parte. E di tutta questa corrispondenza d'effetti ne è cagione l'esser il moto della nave comune a tutte le cose contenute in essa ed all'aria ancora, che per ciò dissi io che si stesse sotto coverta; ché quando si stesse di sopra e nell'aria aperta e non seguace del corso della nave, differenze piú e men notabili si vedrebbero in alcuni de gli effetti nominati: e non è dubbio che il fumo resterebbe in dietro, quanto l'aria stessa; le mosche parimente e le farfalle, impedite dall'aria, non potrebber seguir il moto della nave, quando da essa per spazio assai notabile si separassero; ma trattenendovisi vicine, perché la nave stessa, come di fabbrica anfrattuosa, porta seco parte dell'aria sua prossima, senza intoppo o fatica seguirebbon la nave, e per simil cagione veggiamo tal volta, nel correr la posta, le mosche importune e i tafani seguir i cavalli, volandogli ora in questa ed ora in quella parte del corpo; ma nelle gocciole cadenti pochissima sarebbe la differenza, e ne i salti e ne i proietti gravi, del tutto impercettibile.*(1)

Tornando all'esempio di prima, se continui a sostenere che le cose cambierebbero se potessi guardare fuori, potremmo obiettare dicendo che quello che vedi guardando fuori dal finestrino è solo un paesaggio che scorre dietro di te. Puoi da questo, dedurre con certezza che ti stai muovendo? No davvero, potrebbe essere il paesaggio che si sta muovendo mentre tu sei assolutamente immobile. L'effetto sarebbe il medesimo e questo è proprio il trucco che usano spesso nei film.

Guardando fuori dal finestrino (v. quando è il treno a fianco che si muove) l'unica cosa che percepisci è uno spostamento del tuo treno relativamente all'altro, spostamento che può essere determinato in due modi del tutto equivalenti. O dal tuo treno che si muove in un verso, oppure dall'altro treno che si muove in verso opposto.

Sai dire, evitando di guardare la stazione, i pali della luce, ecc..., quale dei due treni si sta spostando in realtà?

La risposta è decisamente negativa se il moto avviene a velocità costante.

Se chiami S il tuo sistema di riferimento(2) (ossia il sistema di riferimento solidale con il tuo treno), e S' l'altro sistema di riferimento (ossia quello solidale con l'altro treno), quello che davvero è successo è che due punti x e x' (rispettivamente in S e in S'), all'inizio coincidenti, dopo un po' di tempo sono invece distanti l'uno dall'altro.

---

1 La forma dell'opera è quella di una conversazione fra tre personaggi: Simplicio, difensore della scienza medievale e dunque ipotesi aristoteliche cui quella si richiama, Salviati, convinto sostenitore della nuova fisica e portavoce dello stesso Galilei, Sagredo, non ancora schierato che, con intelligenza e curiosità intellettuale pone domande, chiede chiarimenti, rende necessaria l'esplicitazione delle ragioni degli altri due interlocutori, indirizza verso nuovi sviluppi il ragionamento.

2 Sistema di riferimento ossia, in pratica, terna di assi cartesiani fissa.
Quando diremo che due sistemi di riferimento sono in moto l'uno rispetto all'altro intenderemo che sono solidali con osservatori in moto l'uno rispetto all'altro (ad esempio il treno e la stazione).

L'allontanamento relativo di x e x' può essere giustificato altrettanto bene ipotizzando o un movimento di S in un verso, oppure un equivalente movimento di S' nel verso opposto.

Conclusione:

- Due situazioni apparentemente diverse- la quiete e il moto rettilineo uniforme –sono, dal punto di vista fisico, indistinguibili e perciò equivalenti.
- Non è possibile sapere, in assoluto, quale sia la velocità di un sistema di riferimento o di un corpo, visto che non abbiamo indicatori fisici al riguardo. Non ha perciò senso parlare, in assoluto, di moto o di quiete di un sistema di riferimento o di un corpo. Ha senso parlare soltanto di moto o di quiete relativa di un sistema di riferimento rispetto ad un altro o di un corpo rispetto ad un sistema di riferimento.
- Nel descrivere un moto relativo, ad esempio tra due sistemi di riferimento S e S', è possibile ipotizzare S fermo e S' in moto rispetto a S, o, viceversa, S' fermo e S in moto rispetto a S'. In altre parole è possibile scegliere di osservare il moto relativo, indifferentemente da S (in questo caso, per noi, sarà fermo S) o da S' (in questo caso, per noi, sarà fermo S').
- Le descrizioni di uno stesso fenomeno fisico fornite dai diversi sistemi di riferimento sono sostanzialmente equivalenti.

Esaminando ora più da vicino come uno stesso movimento viene invece "letto" da sistemi di riferimento in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro, cercheremo di capire meglio in che senso tali "letture" possono essere ritenute equivalenti l'una, rispetto all'altra.

Legge di composizione delle velocità

Se S' è un sistema di riferimento in moto rettilineo uniforme con velocità **u** rispetto a un altro sistema di riferimento S, e se **v'** è la velocità di un punto materiale rispetto al sistema di riferimento S', allora la velocità **v** dello stesso punto materiale, rispetto al sistema di riferimento S, sarà data dalla relazione:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v'} + \mathbf{u}$$

Nei nostri esempi **u** era la velocità del treno rispetto alla Terra ossia un vettore orientato nel verso positivo dell'asse x, di modulo 10 km/h.

Le trasformazioni galileiane

Scriviamo ora le diverse leggi orarie di un generico punto materiale, visto da S e da S'. Scegliamo i sistemi di riferimento S e S' in modo che abbiano origini coincidenti al tempo zero, che i loro assi siano paralleli e che la loro velocità relativa **u** sia diretta, ad esempio, lungo l'asse x (v. astuzia della scelta!!!)
Consideriamo ora il caso in cui S' si muove, rispetto a S nel verso positivo dell'asse x.

Indichiamo con P(t) e P′(t) la posizione del punto materiale al generico istante t relativamente ai sistemi di riferimento S e S′; tale posizione sarà ovviamente individuata da una terna di coordinate x(t), y(t), z(t) in S e da una terna x′(t), y′(t), z′(t) in S′.
Poiché S e S′ hanno origini coincidenti al tempo zero, le posizioni P(0) e P′(0) all'istante 0 hanno uguali coordinate in S e in S′.
Dopo un tempo t, invece, il punto materiale avrà raggiunto una nuova posizione che avrà uguali coordinate y e z in S e in S′[3]:

$$y'(t) = y(t)$$
$$z'(t) = z(t)$$

mentre, nella direzione x, interverrà la "correzione" determinata dal moto relativo di S e S′.
Per esprimere la relazione tra x(t) in S e x′(t) in S′, trattiamo qui di seguito i due casi in cui P si muova di moto rettilineo uniforme (caso a) e di moto uniformemente accelerato (caso b) lungo la direzione x[4].
a) moto rettilineo uniforme:

$$x(t) = x(0) + v_x t \quad \text{rispetto a S,}$$

$$x'(t) = x(0) + (v_x - u)t = x(t) - ut \quad \text{rispetto a S}'$$

b) moto uniformemente accelerato:

$$x(t) = x(0) + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \text{rispetto a S}$$

$$x'(t) = x(0) + (v_{0x} - u)t + \frac{1}{2}a_x t^2 = x(t) - ut \quad \text{rispetto a S}'.$$

Si puo' quindi osservare, a proposito delle letture equivalenti fatte da S e da S′ che il moto a) è rettilineo uniforme sia in S che in S′ e il moto b), uniformemente accelerato in S, rimane tale anche in S′; ossia:

$$x'(t) = x(t) - ut$$

Il fattore ut che indica come differisce x′(t) dalla legge oraria dello stesso moto in s, cioè da x(t), non modifica quindi il tipo di moto, dal momento che non contiene accelerazioni
Se, in particolare, un moto rettilineo uniforme rispetto a S si trasforma, a causa della dipendenza della velocità iniziale dal sistema di riferimento, in una situazione di quiete rispetto a S sappiamo, grazie a Galilei, che le due situazioni sono in realtà equivalenti in quanto la quiete può essere pensata come "caso limite" di moto rettilineo uniforme (v=cost=0)
In conclusione si hanno quindi le seguenti trasformazioni galileiane:

$$x'(t) = x(t) - ut$$

---

[3] poiché lungo queste due direzioni S e S′ sono fermi l'uno rispetto all'altro
[4] le conclusioni cui perveniamo si mantengono valide qualunque sia il moto del punto nella direzione x.

$$y'(t) = y(t)$$

$$z'(t) = z(t)$$

$$\mathbf{v'} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$$ [5]

Queste formule rappresentano gli strumenti indispensabili per passare da un sistema di riferimento a un altro in moto rettilineo uniforme rispetto al primo: se si conoscono infatti posizione e velocità di un punto materiale in uno dei due sistemi, saremo sempre in grado, grazie alle trasformazioni galileiane, di individuare posizione e velocità di quel punto nell'altro sistema, purché sia nota la velocità relativa dei due sistemi di riferimento.

Principio di relatività galileiano: tutti i sistemi di riferimento in moto rettilineo uniforme l'uno, rispetto all'altro, sono equivalenti per quanto concerne la descrizione di un fenomeno di moto, e dunque non è possibile associare alcun significato alle nozioni di moto o di quiete assoluti, ma solo a quelle di moto o quiete relativi.

D'ora in poi sceglieremo il nostro sistema di riferimento, tra gli infiniti possibili in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro, certi che da ognuno di essi vedremo gli stessi fenomeni e sicuri di poter passare agilmente, grazie alle trasformazioni galileiane, dall'uno all'altro.

L'invarianza della meccanica rispetto alle trasformazioni di Galileo:

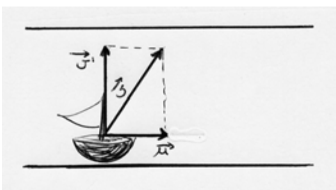
Immaginiamo ora la seguente situazione: sia P_1 un osservatore solidale con la stazione (sistema di riferimento S) e sia P_2 un secondo osservatore solidale con il treno (sistema S′) fermo in stazione in corrispondenza dell'altra estremità della banchina a distanza L=50m da P_1. Supponendo che

---

[5] Per capire il significato della relazione **v** =**v**′+**u** in tutta la sua evidenza, consideriamo il seguente problema che mette in risalto il carattere vettoriale della relazione stessa:

Un fiume scorre con velocità di modulo u=3km/h rispetto alla riva. Da una sponda del fiume parte una barca che si dirige in direzione dell'altra sponda con velocità, rispetto all'acqua, di modulo v′=4km/h. Qual è la velocità **v** della barca rispetto a un osservatore seduto sulla riva del fiume?

Il vettore **v** è dato, come dice la formula, dalla somma vettoriale dei vettori **v′** e **u** ossia l'osservatore seduto sulla riva vedrà la barca muoversi con una velocità di modulo pari a 5 km/h e diretta come in figura.



Il risultato **v′** lo si ottiene dalla formula: **v** = **v′** + **u** e dalla regola del parallelogramma.
Per capire ancora meglio la questione è possibile scomporre i vettori **v** e **v′** in due direzioni opportune: quella parallela a **u** (direzione x) e quella perpendicolare a **u** (direzione y).
In tutti i casi immaginati, nel passaggio da S′ a S (o viceversa) viene "corretta" solo la componente della velocità parallela a **u**, mentre la componente ortogonale rimane invariata e dunque è identica nei due sistemi di riferimento.
Nel caso in cui si conosca **v′** e **u** e si voglia calcolare **v**,.basterà passare dalla formula: **v** = **v′** + **u** alla formula inversa: **v′** = **v** – **u.**

un terzo personaggio, P; si muova a velocità costante **v**=**u** da P_1 a P_2 nel tempo di 10 secondi, quale relazione potremo scrivere tra le coordinate di P in S e quelle di P in S′?
Poiché non c'é nessun moto relativo tra S e S′, non c'è nemmeno nessuna velocità che giochi il ruolo della **u**. Le coordinate di P in S, quindi, differiscono da quelle di P in S′ per la quantità costante L ossia:

$$x(t) = x'(t) + L$$

Lo spostamento di P tra t=0 e t=10s nel sistema di riferimento S è dato dalla differenza tra la coordinata x a t=10s e quella a t=0s. Al tempo t=10s la coordinata di P in S è x(10) = L; al tempo t=0s P è in x(0)=0.
Lo spostamento Δx è quindi pari a:

$$x(10) - x(0) = L$$

L'osservatore P_2, posto in S′, valuterà anch'esso lo spostamento di P pari alla differenza tra il valore della coordinata x′ a t=10s e quella a t=0s e quindi sarà ancora:

$$\Delta x' = x'(10) - x'(0) = 0 - (-L) = L$$

Non essendoci moto relativo tra i due sistemi di riferimento, gli spostamenti sono gli stessi.
Se supponiamo, invece, che l'osservatore P_2 sul treno in movimento con velocità **u**, si trovi all'istante iniziale nella stessa posizione di P, dovremo utilizzare le trasformazioni galileiane per collegare le coordinate di P in S (sistema di riferimento di P) a quelle in S′ (sistema di riferimento di P′).
Poiché il problema è in una sola dimensione, considerando solo l'asse x e ignorando i simboli di vettore, le trasformazioni si riducono a:

$$x'(t) = x(t) - ut$$

$$v' = v - u$$

Lo spostamento effettuato da P tra t=0s e t=10s è, rispetto a S, identica al caso precedente quindi pari a $\Delta x = L$. Per P_2 in S′, invece, lo spostamento di P risulta dalle trasformazioni galileiane:

$$\Delta x' = x'(10) - x'(0) = [x(10) - u \cdot 10] - [x(0) - u \cdot 0] = (L - L) - (0 - 0) = 0$$

Il fatto che P non si sposti, rispetto a P_2, lo si vede anche dal fatto che la sua velocità in S′ è nulla (dalla legge di composizione delle velocità, ponendo v=u, risulta infatti v′=0).
Quando entriamo nel mondo delle trasformazioni tra sistemi di riferimento in moto relativo, quindi, gli spostamenti non sono più invarianti. Cambiando le velocità, cambiano anche gli spostamenti effettuati in uguali intervalli di tempo.

Ma se la posizione iniziale di P coincideva con un'estremità della stazione e la posizione finale con l'altra, se lo spostamento di P è nullo per P_2, significa forse che per P_2 è nulla la lunghezza della stazione? No, non stiamo costruendo "mondi a fisarmonica"! Stiamo solo guardando le cose da un punto di vista più generale.
Mentre nel caso in cui P_1 e P_2 erano entrambi fermi le loro coordinate non dipendevano dal tempo, in un sistema di riferimento S′ in moto relativo rispetto a S, invece, le coordinate di P_1 e P_2 dipendono dal tempo e vanno quindi registrate allo stesso istante di tempo.
Per valutare la lunghezza della stazione, ovvero la distanza tra i due estremi P_1 e P_2 della stessa, è evidente che P_1, essendo solidale con S fermo, ha la libertà di misurare le coordinate di P_1 e P_2 anche in istanti di tempo diversi, mentre P_2, essendo solidale con S′ in moto, è obbligato a effettuare le due misure nello stesso istante di tempo.
P_1 può identificare la lunghezza della stazione con lo spostamento effettuato da P, mentre P_2 non può assolutamente procedere a questa identificazione; per quest'ultimo, infatti, lo spostamento coincide con la differenza tra le coordinate di P_1 e P_2 a istanti di tempo diversi.
Ecco il bandolo della matassa! In un mondo in cui tutto sta fermo, non ci sono problemi; ma quando cominciamo a parlare di moti relativi, quello che sta fermo qui è in movimento lì e viceversa. Spostamenti e lunghezze diventano cose diverse, perché vanno misurati diversamente.
Uno ***spostamento*** effettuato da un punto P in movimento nell'intervallo di tempo tra t_1 e t_2 è la differenza tra il valore della coordinata del punto all'istante t_2 e quello della sua coordinata all'istante t_1. Se i due sistemi di riferimento S e S′ sono in moto relativo ($u \neq 0$) i due spostamenti sono differenti:

$$\Delta x' = x'(t_2) - x'(t_1) = x(t_2) - x(t_1) - u(t_2 - t_1) = \Delta x - u(t_2 - t_1)$$

Una ***lunghezza*** è una distanza tra due punti P_1 e P_2 ed è pari alla differenza tra le coordinate degli stessi misurate nello stesso istante di tempo t ossia:

$$L' = x'_{P_1}(t) - x'_{P_2}(t) = x_{P_1}(t) - x_{P_2}(t) = L$$

E' dunque evidente che la distanza resta la stessa nei due sistemi di riferimento S e S′, purché tutte le coordinate siano prese allo stesso istante di tempo t.
Ora che abbiamo capito la differenza, abbandoniamo l'invarianza degli spostamenti e ci teniamo l'invarianza delle lunghezze.

Analizziamo ora più nel dettaglio la situazione b) del punto materiale P che si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato rispetto a S.
Cosa succede se, rispetto a S, la velocità del punto materiale cambia? Se, ad esempio, passa, in un certo intervallo di tempo Δt, dal valore $\mathbf{v_1}$ al valore $\mathbf{v_2}$?
Rispetto a S, la variazione di velocità è:

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v_2} - \mathbf{v_1}$$

Rispetto a S′, invece, il punto è passato, nello stesso intervallo di tempo Δt, dalla velocità $\mathbf{v_1}$-$\mathbf{u}$ alla velocità $\mathbf{v_2}$-$\mathbf{u}$. Perciò, rispetto a S′, la variazione di velocità è:

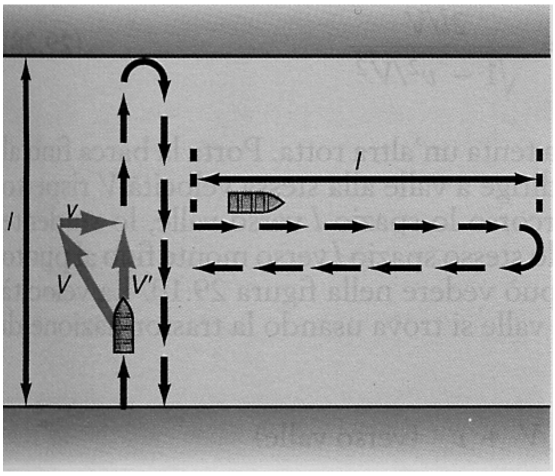
$$\Delta \mathbf{v}' = (\mathbf{v_2}-\mathbf{u}) - (\mathbf{v_1}-\mathbf{u}) = \mathbf{v_2} - \mathbf{v_1} = \Delta \mathbf{v}$$

Le variazioni di velocità avvenute nello stesso intervallo di tempo, e perciò anche le accelerazioni, sono state identiche nei due sistemi di riferimento. Possiamo quindi concludere che l'accelerazione è una grandezza invariante rispetto al passaggio da un sistema di riferimento a un altro in moto rettilineo uniforme rispetto al primo. La legge di composizione delle velocità contiene l'invarianza dell'accelerazione.
Questa importante conclusione a cui siamo giunti si sintetizza, in fisica, dicendo che l'accelerazione è una grandezza invariante (l'osservatore in quiete e l'osservatore in moto, quando misurano l'accelerazione del corpo, trovano lo stesso valore numerico). Da ciò segue anche che la seconda legge di Newton è un'invariante rispetto a sistemi inerziali e che sono invarianti, rispetto alle trasformazioni di Galileo, anche il principio di conservazione della quantità di moto e il principio di conservazione dell'energia. Proseguendo in questo modo si riuscirebbe a dimostrare che tutte le leggi della meccanica sono invarianti rispetto a una trasformazione di Galileo.

Sono invarianti anche le Leggi dell'elettromagnetismo?
Considerando un'onda elettromagnetica sferica che si propaga alla velocità della luce c, rispetto a un sistema di riferimento S in quiete, si osserva che cambierà la forma della sua equazione quando venga vista da un secondo osservatore solidale con il sistema di riferimento S′ in moto con velocità v, rispetto a S.
Poiché l'equazione che esprime la velocità di propagazione dell'onda luminosa osservata nel sistema di riferimento S′, ha una forma diversa dall'equazione che esprime la velocità di propagazione dell'onda luminosa nel sistema di riferimento S, possiamo concludere che: o c'è qualcosa di sbagliato nelle equazioni dell'elettromagnetismo o nelle equazioni di trasformazione di Galileo.
Einstein era così preso dalla bellezza degli effetti unificanti delle equazioni dell'elettromagnetismo di Maxwell che ritenne che dovesse esserci qualcosa di sbagliato nella trasformazione di Galileo.
L'esperimento di Michelson e Morley, d'altra parte, per altra via, aveva già dimostrato che c'era qualcosa di sbagliato nella trasformazione di Galileo e che, quindi, si rendeva necessaria una nuova legge di trasformazione (v. trasformazioni di Lorentz).

L'esperimento di Michelson: l'interferometro per il calcolo di c
A partire dal 1880 gli americani Michelson e Morley iniziarono una serie di esperimenti cruciali allo scopo di determinare l'esistenza del sistema

assoluto E che sembrava dover essere solidale con quello delle stelle fisse e, con buona approssimazione, con quello del Sole. Essi posero l'interferometro di Michelson in un laboratorio sulla Terra. Poiché dalle equazioni dell'elettromagnetismo di Maxwell la velocità della luce risultava uguale in tutte le direzioni solo nel sistema assoluto E (mentre in un sistema diverso da E non risultava la stessa in tutte le direzioni) e poiché la Terra si poteva considerare come un sistema di riferimento T in moto, rispetto ad E, con buona approssimazione inerziale, si sarebbero dovute misurare velocità della luce diverse, a seconda della direzione del raggio emesso. Questi effetti avrebbero dovuto essere molto piccoli per i valori indicati (c_E=300000 km/s ; v_T=30 Km/s e quindi l'effetto di 30 su 300000 ossia di una parte su 10000) così, nella disposizione sperimentale effettiva, Michelson pensò di aumentare il cammino luminoso ℓ_2 a 10m mediante riflessioni multiple e di utilizzare una radiazione luminosa di lunghezza d'onda λ pari a 500 nm.
Poiché la Terra si muove attraverso l'etere, l'osservatore nel laboratorio terrestre vede una corrente d'etere che gli fluisce accanto ad una velocità di circa v_T=30 Km/s, la velocità orbitale della Terra attorno al Sole. Il moto della luce in tutto l'interferometro è uguale al moto della barca nella corrente del fiume.
Consideriamo allora una barca in un fiume di larghezza ℓ, la cui corrente ha la velocità u incognita, come è indicato in figura.



La barca è capace di muoversi alla velocità v′ rispetto all'acqua. Uno studente di fisica sulla barca desidera misurare la velocità della corrente u usando solo il proprio contasecondi e la velocità della barca rispetto all'acqua v′. Dopo aver riflettuto per un po' procede come segue: misura l'intervallo di tempo che la sua barca impiega per attraversare il fiume e tornare al punto di partenza navigando nella direzione perpendicolare al fiume e, dal momento che se dirigesse la barca nella direzione perpendicolare al fiume, la corrente la spingerebbe a valle rispetto al punto di partenza, decide di dirigerla a monte rispetto al punto di partenza, di un angolo tale che un componente della velocità della barca rispetto all'acqua sia uguale e opposto alla velocità della corrente verso valle. In questo modo la barca attraversa il fiume nella direzione perpendicolare alla velocità u, come è indicato nella figura. La velocità v si può trovare applicando il teorema di Pitagora al triangolo delle velocità cioè:

$$v^2 = v'^2 - u$$

Per trovare l'intervallo di tempo impiegato per attraversare il fiume nel tragitto di andata basterà dividere lo spazio ℓ percorso dalla barca per la velocità v della barca e cioè:

$$t_{andata} = \frac{\ell}{v}$$

Poiché il tempo impiegato dalla barca per ritornare al punto di partenza sarà il medesimo, si può concludere che l'intervallo di tempo totale impiegato dalla barca per attraversare il fiume nel tragitto di andata e ritorno è:

$$t_1 = t_{andata} + t_{ritorno} = \frac{\ell}{v} + \frac{\ell}{v} = \frac{2\ell}{v}$$

Sostituendo in questa equazione il valore di v sopra ricavato si ha quindi:

$$t_1 = \frac{2\ell}{v'\sqrt{1 - u^2/v'^2}} = \frac{2\ell/v'}{\sqrt{1 - u^2/v'^2}}$$

Ripetendo lo stesso ragionamento nel caso in cui la barca, portata fino al centro del fiume, venga diretta di un tratto ℓ verso valle e, successivamente, invertendone la rotta, di un medesimo tratto ℓ verso monte, si ottiene:

$v = v' + u$ (verso valle)

$v = v' - u$ (verso monte)

e quindi, per quanto riguarda l'intervallo di tempo impiegato dalla barca nel compiere il tragitto di andata e ritorno:

$$t_2 = t_{verso.valle} + t_{verso.monte} = \frac{\ell}{v' + u} + \frac{\ell}{v' - u} = \frac{2\,\ell/v'}{1 - u^2/v'^2}$$

Perciò, conoscendo gli intervalli di tempo impiegati dalla barca per percorrere i due cammini, si può determinare la velocità u della corrente del fiume.
Da:

$$\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{1 - u^2/v'^2}$$

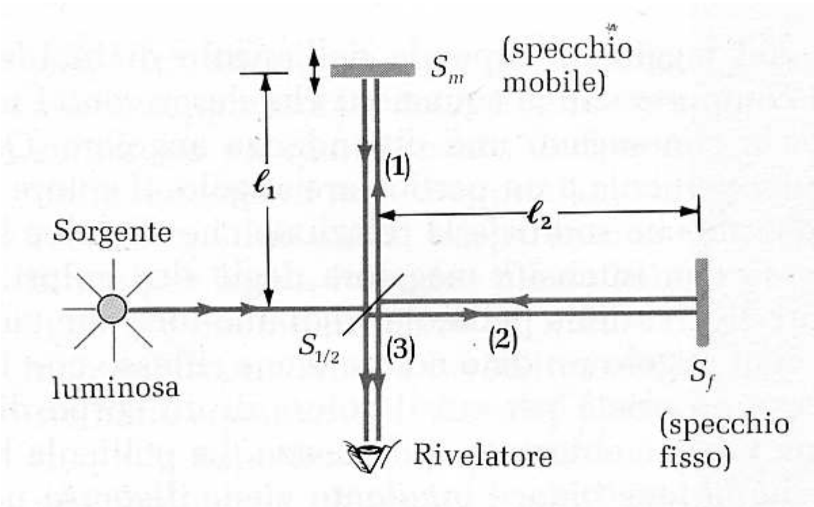
si ottiene infatti:

$$\frac{u^2}{v'^2} = 1 - \frac{t_1^{\,2}}{t_2^{\,2}}$$

da cui:

$$u = v' \cdot \sqrt{1 - t_1^{\,2} / t_2^{\,2}}$$

Per analogia con quanto visto nel caso della barca che naviga nella corrente del fiume immagina ora la Terra navigare in una corrente d'etere.
L'interferometro è in un laboratorio sulla Terra e, poiché la Terra si muove attraverso l'etere, l'osservatore nel laboratorio vede una corrente d'etere che gli fluisce accanto ad una velocità di circa $v = 3{,}00 \cdot 10^4\ m/s$, la velocità orbitale della Terra intorno al Sole.
Il moto della luce in tutto l'interferometro è uguale al moto della barca nella corrente del fiume.



Il fascio di luce proveniente dalla sorgente estesa viene diviso dallo specchio semiargentato $S_{1/2}$ (divisore di fascio). Metà del fascio di luce segue il cammino ℓ_1 perpendicolare alla corrente d'etere, il resto segue il cammino ℓ_2 che ha inizialmente la direzione orientata della corrente d'etere finché non si riflette sullo specchio S_f e poi ha la direzione orientata opposta a quella della corrente d'etere.
L'intervallo di tempo che la luce impiega per attraversare la corrente d'etere si trova, per mezzo delle trasformazioni galileiane, mediante l'equazione:

$$t_1 = \frac{2\ell_2 / c}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

L'intervallo di tempo impiegato dallo luce per propagarsi a valle e a monte nella corrente d'etere si trova per mezzo dell'equazione:

$$t_2 = \frac{2\ell_2 / c}{1 - v^2 / c^2}$$

La differenza di tempo tra i due cammini luminosi, dovuta alla corrente d'etere risulta quindi $t_2 - t_1$ che, attraverso uno sviluppo in serie dei denominatori da come risultato:

$$\Delta t = \frac{2\ell_2}{c}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2}\right)$$

La differenza di cammino d tra i raggi (1) e (2), corrispondente a questa differenza di tempo Δt, è:

$$d = c \cdot \Delta t = \ell_2 \cdot \frac{v^2}{c^2}$$

Questa differenza di cammino tra i due raggi luminosi, determinerebbe uno sfasamento tra i due raggi luminosi dando origine a una frangia d'interferenza. (In realtà l'interferenza si noterebbe ugualmente poiché gli specchi S_m e S_f dell'interferometro non sono perfettamente perpendicolari tra loro....ecco perché è necessario procedere con l'esperimento per dimostrare la non esistenza dell'etere...continuiamo con il ruotare l'intereferometro!!!).
Se poi si ruota di 90° l'interferometro, si scambiano i cammini luminosi: il cammino che inizialmente veniva percorso dalla luce in un intervallo di tempo t_1 richiede ora un intervallo di tempo t_2 e viceversa. La nuova differenza di tempo Δt^I tra i cammini, diventa ora:

$$\Delta t^I = t_1 - t_2 = \frac{2\ell_2}{c}\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2}{c^2}\right)$$

La differenza di cammino corrispondente a questa nuova differenza di tempo è quindi:

$$d^I = c \cdot \Delta t^I = -\frac{\ell_2 v^2}{c^2}$$

La rotazione dell'interferometro ha variato il cammino luminoso di:

$$\Delta\ell = d - d^I = \frac{2\ell_2 v^2}{c^2}$$

Questa variazione dei cammini luminosi corrisponde a uno spostamento delle frange d'interferenza e cioè:

$$\Delta d = \Delta n \lambda$$

da cui:

$$\Delta n = \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2\ell_2 v^2}{\lambda c^2}$$

Introducendo i valori dati inizialmente, nella formula, la corrente d'etere avrebbe dovuto causare uno spostamento di 0,4 frange nell'interferometro ruotato di 90° (L'interferometro di Maxwell era in grado di indicare uno spostamento di frange molto minore).
Per tenere conto della rara possibilità che la Terra si muovesse alla stessa velocità dell'etere, l'esperienza fu ripetuta sei mesi dopo, quando la Terra si muoveva nel verso opposto ma nemmeno questa volta fu notato uno spostamento di frange. Michelson, allora concluse che l'etere non poteva essere rivelato e, quindi, che non aveva senso supporne l'esistenza.

Il risultato negativo dell'esperienza di Michelson suggerì anche un nuovo principio fisico: <u>la relatività einsteiniana!!!</u>
Anche se l'etere non esiste, quando la luce si propaga lungo il cammino OS_2 le equazioni di trasformazione di Galileo rispetto alle "stelle fisse" implicano ancora che la velocità della luce lungo OS_2 debba essere **c**+**v**, dove **v** è la velocità orbitale della Terra rispetto alle stelle fisse e **c** è la velocità della luce rispetto alla sorgente dell'interferometro. Analogamente la velocità della luce dovrebbe essere **c**-**v** lungo il cammino S_2O.
Poiché sperimentalmente si trovò che la luce si propaga alla stessa velocità **c**, sia che si propaghi nella direzione orientata del moto della Terra, sia che si propaghi nella direzione orientata opposta, si concluse che la velocità della luce nel vuoto è la stessa dappertutto, indipendentemente dal moto della sorgente o dell'osservatore.

Oltre alla non esistenza dell'etere e al fatto che le onde elettromagnetiche sono capaci di propagarsi senza usare alcun mezzo, l'esperimento di M&M permise anche, come abbiamo accennato in precedenza, di concludere che la velocità della luce nel vuoto è la stessa dappertutto, indipendentemente dal moto della sorgente o dell'osservatore. Ciò implica anche che c'è qualcosa di sbagliato nelle trasformazioni di Galileo che darebbero in un caso la velocità c+v e, nell'altro, c-v. Perciò appaiono necessarie nuove equazioni di trasformazione che tengano conto di quanto osservato e cioè che la velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore per tutti gli osservatori, indipendentemente dal loro stato di moto (II postulato della relatività di Einstein)(6).
Poiché la trasformazione di Galileo è corretta quando si descrive il moto di un corpo a basse velocità, le nuove equazioni di trasformazione devono ridursi alle equazioni di trasformazione di Galileo a basse velocità e dovranno quindi essere del tipo:

$$x' = k(x - vt)$$

dove x è la posizione del corpo nel sistema di riferimento "in quiete", t è l'istante della sua osservazione, x′ è la posizione del corpo nel sistema di riferimento in moto e k è una certa funzione o costante da determinare.

---

6 La teoria della relatività, formulata nel 1905 da Einstein, si basava sui seguenti due postulati:
- Le leggi della fisica sono invarianti rispetto a una trasformazione tra tutti i sistemi di riferimento inerziali .
- La velocità della luce, nel vuoto, ha lo stesso valore per tutti gli osservatori, indipendentemente dal loro stato di moto.

Usando il, secondo postulato della relatività si ha:

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Le trasformazioni di Lorentz:

$$x^{'} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y^{'} = y$$

$$z^{'} = z$$

Allegato 1

"La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi…" (Galileo)

Nel Saggiatore, Galileo scrive: "la filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non si impara a intender la lingua e a conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto."

Galileo...profonda revisione metodologica. Dai suoi scritti è stato estrapolato un metodo che non pretende di essere uno schema fisso qual è il metodo cartesiano, ma piuttosto la proposta di un percorso d'indagine dal quale risulta il ruolo specifico che la matematica vi svolge.

Il primo passo dell'indagine galileiana prende dunque le mosse da una **osservazione** che però non è neutra bensì suscitata da una ipotesi o teoria che, per qualche ragione, non è convincente

La seconda tappa consiste nella formulazione di una **ipotesi di lavoro**.

La terza tappa esprime **l'esperimento mentale** che costituisce un passo intermedio prima della dimostrazione dell'assunto ipotetico precedentemente formulato. L'ultima tappa consiste nella **verifica sperimentale** della conclusione matematica, "la qual verifica sperimentale è da Galileo concepita come un "cimento", come una sfida alla natura per strapparle il segreto che la mente dello scienziato ha individuato ipoteticamente prima e poi accertato mediante il ragionamento e la dimostrazione matematica"[7].

Galileo inaugura, consapevolmente, quell'atteggiamento mentale tipico della scienza moderna che è il procedimento analitico, il quale non ricerca nel tutto la comprensione delle parti, ma piuttosto dalla descrizione delle parti risale alla spiegazione del tutto.

---

[7] Dispensa Prof. P.L.Pizzamiglio, "La dimensione storica nell'insegnamento della matematica e della fisica"

Galileo proclama una concezione di scienza che si fonda sull'esperimento come unica fonte di informazione primaria sulla natura, rifiutando gli schemi di una metafisica legata alle idee aristoteliche e facendo appello all'esperienza come unico criterio per l'accettazione o il rifiuto di una ipotesi e di una teoria.

L'indagine scientifica si compie "per sensata esperienza e necessaria dimostrazione": esperienza, ragione, esperimento, oppure osservazione, ipotesi, verifica, sono i momenti di quella mediazione infinita tra esperienza e ragione, che forma l'ambito autonomo della nuova scienza, in cui la ragione è chiamata a chiarire idealmente, cioè matematicamente, i dati empirici, e questi ultimi sono chiamati a confermare e verificare le interpretazioni della ragione.

Il momento induttivo-sperimentale e quello deduttivo-matematico si svolgono, così, a circolo, in una complementarietà reciproca che ha una storia infinita, che è la storia stessa del sapere autentico.

Il metodo galileiano, in conclusione, si svolge in ricorrente rapporto con l'esperienza, la quale ha il compito di verificare ed eventualmente suggerire rettifiche alle formule matematiche.

Allegato 2

"Se ho potuto vedere più lontano degli altri, è stato poggiando sulle spalle dei giganti" (I. Newton)

Secondo quanto afferma lo stesso Newton, il proprio lavoro di fisico è dovuto ad un assembramento progressivo e alla rielaborazione delle conoscenze precedenti (idee che circolavano nella sua epoca). Una teoria, infatti, non è mai estemporanea o totalmente rivoluzionaria. Il modello di progresso scientifico lineare e quello "a scalini" sono i due più rappresentativi e unanimemente accettati dalla comunità scientifica, fermo restando che l'accettazione di una o dell'altra teoria non dipende da una dimostrazione scientifica, ma da una argomentazione e quindi è priva di carattere assoluto.

Quando si concepisce una nuova idea in fisica, come in letteratura o nelle altre scienze, ritenuta valida, essa viene utilizzata e sviluppata fino alle estreme conseguenze (progresso lineare); poi la strada intrapresa comincia a mostrare i propri limiti , inizia così la ricerca di una nuova idea, diversa, più completa e che permetta di spaziare in nuovi territori della conoscenza, allora avviene il salto una rottura che, però, non è estemporanea in quanto diviene causa del progresso lineare stesso e sua estrema conseguenza, quindi parte integrante dello stesso

L'andamento, quindi, non è né a salti, né lineare, ma una composizione di entrambi, anche se, da una prospettiva di lunga durata, prevale la linearità. Ci possono essere anche delle vere e proprie rotture temporali dovute ad accelerazioni impresse da grandi fisici, che tuttavia non influenzano l'andamento nel suo insieme (visto in prospettiva lunga) e si incastrano in un andamento generale di tipo lineare, il quale prevede anche questi momenti di "crisi" e cambiamento.

H.Poincarè scrisse: "Creare consiste nell'unire degli elementi associativi in nuove combinazioni che siano utili" [1929].

Allegato 3

Un percorso introduttivo alla teoria della relatività attraverso alcune frasi di Einstein.

"L'idea di spazio assoluto, fu per Newton fonte di perplessità (...). Inoltre egli era preoccupato per l'introduzione delle forze operanti a distanza".

"Ma il prodigioso successo pratico della sua dottrina finì con l'impedire, a lui e ai fisici del diciottesimo e del diciannovesimo secolo, di rendersi conto del carattere fittizio dei principi di quel sistema."

"Il carattere fittizio dei principi è dimostrato una volta per tutte dal fatto che si possono dare due principi tra loro diversi (la meccanica newtoniana e la meccanica general-relativistica) e, ciò nondimeno, concordati in larga misura con l'esperienza."

"Senza dubbio la meccanica quantistica ha afferrato un importante frammento della verità e sarà una pietra di paragone per ogni futura base teorica, per il fatto che dovrà essere deducibile come caso limite da tale base, proprio come l'elettrostatica è deducibile dalle equazioni di Maxwell del campo elettromagnetico, o come la termodinamica è deducibile dalla meccanica statistica."

"Non credo che la meccanica quantistica potrà costituire il punto di partenza della ricerca di base, proprio come non si può arrivare alle fondamenta della meccanica partendo dalla termodinamica o dalla meccanica statistica; piuttosto si dovrebbe ripartire da zero e sforzarsi di ottenere la teoria quantistica come sottoprodotto di una teoria relativistica generale o di un'ulteriore generalizzazione di quest'ultima."

"Agli occhi dei miei colleghi sono divenuto un eretico cocciuto."

"Sono considerato come una specie di fossile, reso cieco e sordo dagli anni, Non trovo affatto sgradevole questo ruolo, tanto più che corrisponde abbastanza bene al mio temperamento."

"Il successo momentaneo riesce, più che non le riflessioni sui principi, a convincere la maggior parte delle persone."

"L'essenziale, nell'esistenza di un uomo come me, è costituito da ciò che egli pensa e da come egli pensa, non da ciò che egli fa o subisce."